[**1. | Периоды в математике (А.Н.Колмогоров)**](#_1cdvu3ju07az)[**2**](#_1cdvu3ju07az)

[**2. | Главные достижения и основные черты Древнего Египта**](#_1483nxlduwrd)[**3**](#_1483nxlduwrd)

[**3. | Главные достижения и основные черты Древнего Вавилона**](#_8wtwew1es1t9)[**4**](#_8wtwew1es1t9)

[**4. | Главные достижения и основные черты Древней Греции**](#_lvdl1qvjlu37)[**5**](#_lvdl1qvjlu37)

[**5. | Научная биография Архимеда**](#_czmnc390xb06)[**8**](#_czmnc390xb06)

[Основные достижения:](#_iuz3fca6zu34) [9](#_iuz3fca6zu34)

[**6. | “Начала” Евклида**](#_1spvb4eigmpe)[**10**](#_1spvb4eigmpe)

[**7. | Главные достижения и основные черты Древнего Востока**](#_t5645qakdki4)[**12**](#_t5645qakdki4)

[Арабы](#_dov214dvmo8z) [12](#_dov214dvmo8z)

[Индия](#_cnzmynszj392) [13](#_cnzmynszj392)

[**8. | Первые инструменты для счета - абаки. (Герберт из Oрильяка)**](#_qar80ompgoqi)[**13**](#_qar80ompgoqi)

[**9. | Появление логарифмов**](#_myyygc4rc56w)[**14**](#_myyygc4rc56w)

[**10. | Логарифмическая шкала и логарифмическая линейка**](#_t59ya6ib2ekg)[**15**](#_t59ya6ib2ekg)

[**11. | Машины Шиккарда, Паскаля, Лейбница**](#_7es6exba60sf)[**16**](#_7es6exba60sf)

[**12. | Зарождение математики переменных величин (Декарт, Ферма)**](#_cwcotze4zaav)[**18**](#_cwcotze4zaav)

[**13. | Теория флюксий Ньютона**](#_87sbzpipwdm6)[**20**](#_87sbzpipwdm6)

[**14. | Научная биография Ньютона**](#_qscf2zb51gze)[**20**](#_qscf2zb51gze)

[**15. | Научная биография Лейбница**](#_3y0txay021s8)[**21**](#_3y0txay021s8)

[**16. | Научная биография Эйлера**](#_emncpepqqol7)[**22**](#_emncpepqqol7)

[**17. | Научная биография Бэббиджа**](#_iumw5w8q259q)[**24**](#_iumw5w8q259q)

[**18. | Разностная машина Бэббиджа**](#_85k4fc1qqpj4)[**25**](#_85k4fc1qqpj4)

[**19. | Аналитическая машина Бэббиджа**](#_txyjfvylipoa)[**26**](#_txyjfvylipoa)

[**20. | Научная биография Ады Лавлайс**](#_csnj6654af9c)[**27**](#_csnj6654af9c)

[**21. Лобачевский и неевклидова геометрия**](#_x6rs487kdf8t)[**28**](#_x6rs487kdf8t)

[**22. | Петербургская математическая школа (М.В.Остроградский, В.Я.Буняковский)**](#_c3knhj7rvkda)[**30**](#_c3knhj7rvkda)

[**23. Разрешимость алгебраических уравнений (Абель, Галуа, Гаусс)**](#_989mp5sd5n6d)[**31**](#_989mp5sd5n6d)

[**24. Становление современного математического анализа (Коши)**](#_h80kxaq8tlmv)[**33**](#_h80kxaq8tlmv)

[**25. Становление современного математического анализа (Больцано, Вейерштрасс, Кантор)**](#_nhf6o47e0rw8)[**35**](#_nhf6o47e0rw8)

[**26. Научная биография П.Л.ЧебышЁва**](#_i59h543yzm81)[**37**](#_i59h543yzm81)

[**27. Полиномы ЧебышЁва**](#_3u14sdrhxob5)[**38**](#_3u14sdrhxob5)

[**28. Научная биография А.А.Маркова**](#_mnkdmx5yh9yj)[**39**](#_mnkdmx5yh9yj)

[**29. Научная биография А.М.Ляпунова**](#_jn5kow9vj0dr)[**40**](#_jn5kow9vj0dr)

[**30. Научная биография С.В.Ковалевской**](#_r8vje7sf1s69)[**41**](#_r8vje7sf1s69)

[**31. | Философские направления в математике: логицизм**](#_peguy14bneb3)[**42**](#_peguy14bneb3)

[**32. | Философские направления в математике: интуиционизм**](#_5xgflfcma82b)[**43**](#_5xgflfcma82b)

[**33. | Философские направления в математике: формализм**](#_9zleekjoajm6)[**44**](#_9zleekjoajm6)

[**34. Теоретические основы современных компьютеров (Тьюринг, Фон Нейман)**](#_st42vlmt44ox)[**45**](#_st42vlmt44ox)

[**35. Развитие языков программирования (Дейкстра, Вирт и др.)**](#_j8gb68yzrf20)[**46**](#_j8gb68yzrf20)

# **1. | Периоды в математике (А.Н.Колмогоров)**

Нужно было как-то обменивать еду, что требовало ее сравнение, а потому их нужно было считать =>; появилось «число».

Академиком А. Н. Колмогоровым предложена такая **структура истории математики**:

* Период зарождения математики, на протяжении которого был накоплен достаточно большой фактический материал (примерно до 5 века до н.э.);
* Период элементарной математики, начинающийся в VI—V веках до н. э. и завершающийся в конце XVI века («Запас понятий, с которыми имела дело математика до начала XVII века, составляет и до настоящего времени основу „элементарной математики“, преподаваемой в начальной и средней школе»);
* Период математики переменных величин, охватывающий XVII—XVIII века, «который можно условно назвать также периодом „высшей математики“»;
* Период современной математики — математики XIX—XX века, в ходе которого математикам пришлось «отнестись к процессу расширения предмета математических исследований сознательно, поставив перед собой задачу систематического изучения с достаточно общей точки зрения возможных типов количественных отношений и пространственных форм».

Середина 20 столетия - **новый рубеж**, так как появились компьютеры, многие новые разделы математики появились именно с появлением вычислительной техники. Кроме того, появилась возможность решать то, что нельзя было решать ранее. (СЛАУ с большим объемом данных, численные методы решения некоторых задач и т.п.)

По части периодов в математике нет понятия “современный” Множество достижений в математике становятся востребованными много десятилетий спустя. Например, Абель, Галуа, и т.п. – хронологически первая половина 19 века, но работы современны и очень нужны.

Стоит отметить, что чем дольше период человеческой истории, тем меньше мы о нём знаем. (мы сейчас почти ничего не знаем об этапе зарождения математики, твёрдых носителей от того периода почти не осталось)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Краткая характеристика периода зарождения математики**

**Системы счисления:**

* Ряд натуральных чисел был конечен и исторически рос по мере надобности
* Систем счисления были сотни, в том числе:
  + Простейшая система один-много
  + «Калькулус» в переводе с латинского – камешки
  + Счёт на пальцах (сохранялся очень долго, даже после появления других систем счисления, например до середины 30-х годов, цены на хлебной бирже показывали пальцами)
  + Простая 5-ричная система счисления - одна/две руки + ноги (из лекций 2016)
  + Непозиционные иероглифические системы счисления: Египетская, финикийская, старо-китайская, ацтекская, римская, старо-индийская, глаглица, кириллица, арабская, армянская
  + Позиционные системы счисления: Вавилонская (самая древняя), Индийская (о. Юкотан - Майя), Десятичная система счисления

**Замечание:** «0» - появился примерно за 500 лет до нашей эры.

Пример - Классическая ионейская система счисления:

Каждую единицу замещали греческим алфавитом

1 – альфа, 2 – бетта, … для каждого числа придумывали свой символ (и для 900), когда символов переставало хватать или длина записи числа превышала разумные пределы начали дописывать дополнительные значки, например, 1001 – это альфа с чертой. Плюсом такой системы является запись символов в числе в любом порядке – система не позиционная и порядок символов не важен

**Немного сведений:**

* Пифагор cделал из арифметики культ и считал, что только избранные (аристократия) могла этим заниматься.
* Архимед заложил основы интегрального исчисления. В середине первого тысячелетия, в Европе только монахи знали 4 действия арифметики и были способны вычислять интеграл (в смысле площадь)

# **2. | Главные достижения и основные черты Древнего Египта**

Древние цивилизации образовались вдоль крупных рек. Нил -- наиболее благополучная из таких рек. Поскольку, в отличии от других, у нее почти не менялось русло и орошение не было таким сложным. Имеется два основных источника о состоянии математики в древнем Египте: Лондонский папирус, содержащий 84 задачи (арифметические, геометрические и прикладные) и Московский папирус с 25 задачами. Лондонский папирус, известный еще как папирус Ринда (по имени открывшего его ученого) был написан около 1650 г. до н.э. и хранится в Британском музее. Московский папирус написан примерно двумя столетиями раньше. Он был расшифрован в 30-е годы XX века русским академиком В.В.Струве и хранится в Музее изобразительных искусств им. А.С.Пушкина. Изложенная в папирусах математика основана на **не позиционной десятичной иероглифической системе.** Каждая десятичная единица более высокого разряда (вплоть до 10^7) обозначалась своим иероглифом, остальные числа образуются приписыванием с той или другой стороны от узлового числа других узловых чисел и повторением их.. На этой системе египтянами построена довольно сложная арифметика.

Умножение здесь сводится к повторным сложениям.

**Арифметика**:

* **Использовали дроби** вида 1/n - так называемые **аликвотные дроби**. Существовала таблица представления дробей вида 2/n (n = 3-101) через сумму аликвотных дробей, дроби вида k/n представляли только суммами (например ). Особую роль играли 2/3 и 3/4, для них также существовали отдельные символы
* **Умножали** последовательно удвоением (повторными сложениями) Писать было неудобно, ведь у них была иероглифическая запись, а не арабская. Знали разложения вида 10х12= 12\*2 +8\*12 = 24+96=120
* **Делили** разложением на аликвотные дроби (например 21/ 8 = 1\* 1/8 + 2 \* 1/4+ 1/2 \* 4 + …)

**Считали площадь:**

* треугольника (считали как половина произведения основания на высоту, но это не было общей формулой просто было известно , что если сторона такая и такая, то умножай это на это и получишь результат),
* прямоугольника,
* трапеции,
* круга.
* круга -- , стоит отметить, что весьма хорошее приближение (3,16) для

Умели **вычислять объём:** цилиндра, объём усечённого конуса, параллелепипеда,правильной усечённой пирамиды

Есть задачи на **сумму геометрической прогрессии** (в 7 домах 7 комнат, в них по 7 кошек и т.д.). Задачи на **пропорциональное деление**. **Задачи на поиск стороны прямоугольника:** есть площадь некоторого прямоугольника и соотношение сторон – найти сторону.

**ВАЖНО:** Ни одну из формул они и не пытались доказывать.! Т.е. они не задавались вопросом о том, почему, только о том - как.

Таким образом математика носила **прикладной** (в частности вычисление зарплат и налогов), а не алгоритмический характер.

Ещё одно достижение -- - ритуальные сооружения, пирамиды. Например пирамида Хеопса построена 27 веков до н.э.

* 146,5 метра - высота
* 230,2 метра – сторона
* 2,5 млн кубометров

Строилась 30 лет = 10 лет дороги + 20 лет по 3 месяца в самое благоприятное время

Со слов историков, там в каждый цикл работало 100 тыс. человек (этому мало верят, потому что в Париже в средние века в самом большом городе Европы жило всего несколько тысяч)

# **3. | Главные достижения и основные черты Древнего Вавилона**

Климат - очень жаркий, засушливый, жизнь зависела от орошения, Тигр и Евфрат меняли русло. Как результат более тяжёлых условий, уровень вавилонян был выше. Знания об их математике почерпнуты из **сохранившихся глиняных табличек.** До нас дошло примерно 200 дощечек с таблицами без текста и 50 табличек с математическими текстами.

Вавилоняне имели более прогрессивную **позиционную 60-ричную систему счисления**. Для записи чисел использовались два знака: стоячий клин для изображения единиц и лежачий клин для изображения десятков внутри 60-тиричного разряда. Такая система имеет огромное преимущество при вычислениях по сравнению с римскими цифрами. Однако эта **система не имела знака для нуля**, что приводило к некоторой неопределенности, и точное истолкование записи надо было извлекать из контекста.

Современное деление часа на 60 минут и 3600 секунд восходит к Вавилону. Это же относится к делению окружности на 360 градусов, 1 градуса на 60 минут, 1 минуты на 60 секунд. Что касается *авторства позиционности системы*, то здесь не все ясно. Возможно это изобретение Индии, где десятичная позиционная система с нулем появилась около 500 года до н.э.

В Вавилоне

* **Владели техникой решения квадратных уравнений**, тогда как египтянам были известны лишь линейные.
* Решали также задачи, **сводящиеся к кубическим и биквадратным уравнениям**. Такие задачи они формулировали **только для определенных числовых значений коэффициентов**.
* Умели решать 10 видов **уравнений** (например ax=b, ax^2=b, x^3=a, x^2\*(x+1)=a, x\*x+-ax=b) и **систем** (напримерx+-y=a, x\*y=b) - Ван дер Варден в книге “Пробуждающаяся наука”
* Умели находить **сумму арифметической прогрессии** и суммы других видов, например, \sum_{k=1}^n k^2 или \sum_{k=0}^n 2^k
* **Пользовались дробями** – деление – это умножение числа на обратное число. У них были таблицы квадратов чисел, кубов чисел, таблица квадратного корня.

Геометрические знания были выше египетских, уже встречаются некоторые тригонометрические соотношения:

* Площадь круга вычислялась по формуле S = c^2/12 , где c - длина окружности; **отсюда = 3** (хуже Египта)
* Есть основания полагать, что в Вавилоне было **известно подобие теоремы Пифагора**, поскольку у них есть **таблица пифагоровых чисел (троек)**, но возможно саму Теорему Пифагора в чистом виде они не знали.
* **Умели вычислять зачатки вычисления углов и тригонометрических соотношений.**
* Умели вычислять объёмы прямолинейных фигур, и даже объём корзины (полусфера).
* Объёмы не правильных фигур они вычисляли через усреднение размера.

Пример экономической задачи древнего Вавилона: через какое время удвоится сумма, выданная под 20 процентов годовых.

# **4. | Главные достижения и основные черты Древней Греции**

**Период элементарной математики -** «Греческое чудо»

Древние греки создали основы того, что сейчас называется **элементарная математика**. Прежде всего, переход от бронзы к железу, развитие ремёсел, производства, потом появились деньги, что в значительной степени способствовало торговле, обмену. Не последнюю роль играл более **удобный алфавит**. Развитие алфавита --- возможность перемещения, обмена. Надежных источников, описывающих ранний период развития греческой математики нет. Однако наука располагает изданиями великих античных математиков: Евклида, Архимеда, Аполлония, живших позднее ( IV - II в. до н.э.). Характерной чертой греческой математики, в отличие от Египта и стран Востока, является стремление доказывать математические факты.

Два основных достижения греческой математики:

* греки построили математику как целостную науку с собственной методологией, основанной на чётко сформулированных законах логики (гарантирующих истинность выводов при условии, что истинны предпосылки).
* они провозгласили, что законы природы постижимы для человеческого разума, и математические модели — ключ к их познанию.

**Фалес Милетский** (624 --- 547 год до н.э). - купец, материалист, считается философом, но некоторые против. Считал, что **главное -- вода**. Предсказывал затмения, умел вычислять высоту пирамиды по тени, мог вычислить расстояние до корабля от берега (допустим берег ровный, допустим стали напротив корабля, отойдем в сторону на расстояние и поставим столбик, потом ещё отойдем и начнём двигаться перпендикулярно берегу, пока корабль не встал в створе с колышком). Что самое главное: он **формулировал математические утверждения и их доказывал**. Вот в чём принципиальное отличие математики Древней Греции --- они отвечали не только на **вопрос как, но и почему.** Формализованные **Фалесом** факты:

* Диаметр делит круг пополам
* Вертикальные углы равны
* В равнобедренном треугольнике углы при основании равны
* В равностороннем треугольнике все углы равны
* Равенство треугольников по стороне и 2-м углам
* **Теорема Фалеса** - Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные отрезки. Т.е. параллельные прямые, пересекая 2-ую из рассматриваемых прямых, отсекают пропорциональные части.

В математике этого периода практические **задачи, связанные с вычислениями, геометрическими измерениями и построениями**, продолжали играть большую роль. Эти задачи постепенно выделились в отдельную область математики, названную **логистикой**:

* операции с целыми числами и дробями,
* решение задач, сводящихся к уравнениям 1-й и 2-й степени,
* практические задачи архитектуры, земледелия и т.п.

**Пифагор Самосский** (570-580 гг — 490-500 гг. до н. э.) - философ, искал **основу всего сущего**, и он считал таковой основой **число (**«всё есть число и всё есть из числа»**)**. Числа по Пифагору:

* Четные
* Нечетные
* Совершенные - число состоящие из суммы своих множителей (например, 6 = 1\*2\*3, 28, 496, …)
* Дружественные - сумма делителей одного равна другому и наоборот, напр. 220 и 284
* Треугольные - 1+2+3+…+n = n\*(n+1)/2
* Квадратные - 1+3+5+…+(2n-1) = (2n-1 +1) \* n /2 = n\*n

Пифагор обожествлял эти понятия и представления. Пифагорейцы (школа основанная Пифагором носит религиозно-мистический) **не признавали прикладного характера математики**. Будучи аристократами они считали, что решение практических задач - удел лишь низших сословий.

Пифагорейцами была построена **значительная часть планиметрии прямолинейных фигур, доказана теорема Пифагора** (она получила имя основателя греческой школы, хотя была известна значительно раньше в Вавилоне). Был найден способ отыскания целых пифагоровых чисел, удовлетворяющих соотношению *a*2 + *b*2 = *c*2 : для нечетных n они имеют вид n,  ~~ {{n^2 - 1} \over 2},  ~~ {{n^2 + 1} \over 2} 

Для четных n пифагоровы числа были получены позже в Академии знаменитого греческого философа Платона (427 - 347 г до н.э.) и равныn,  ~~ {{({n \over 2})^2 - 1} },  ~~ {{({n \over 2})^2 + 1} } 

Из арифметики была выделена в отдельную область **теория чисел** - все, что относится к **общим свойствам операций с натуральными числами**. **Целые числа** представлялись **основополагающими универсальными объектами**, к операциям с которыми должны сводиться и все математические построения, и вообще все многообразие явлений действительности. Из этого принципа следовало, что **отношения между любыми количествами должны быть отношениями целых чисел** (т.е. **рациональными числами**).

Этому обожествлению целых чисел был нанесен сокрушительный удар самими же пифагорейцами. Оказалось, что отношение диагонали квадрата к его стороне ( равное ) не является рациональным числом, т.е. отношением целых чисел. Этот факт был доказан путем сведения к противоречию. Действительно, пусть \sqrt 2  = p/q где p и q - взаимно простые. Тогда *p*2 = 2*q*2 и p - четное, а, значит, q - нечетное. Представим четное p, как *p* = 2*r => p*2*=4r*2 , откуда следует *q*2 = 2*r*2 , т.е. q должно быть одновременно четным и нечетным. Таким образом, возникло несоответствие понятия числа (то, что можно представить в виде целого или в худшем случае несократимой дроби), т.е. чисел оказалось меньше, чем множество геометрических представлений. Это был, по сути, **первый кризис** в математике. **В то время еще не было предпосылок разрешить его, расширив понятие числа вводом иррациональностей.** Одной из попыток выхода из этого кризиса было предложение Протагора -- оставить в математике только то, что можно измерить (выкинуть понятие бесконечно малых, касательных, …) Однако в итоге, осознав, что совокупность геометрических величин более полна, чем множество рациональных чисел, греки создали **исчисление в геометрической форме**. Новое исчисление получило в литературе название **геометрической алгебры**.

В греческой математике возникла еще одна трудность, связанная с **понятием бесконечности**. Проблемы вычисления площадей, объемов, длин, рано или поздно приводили к вопросам бесконечности (бесконечное суммирование бесконечно малых величин, бесконечное вычитание, …) Математики понимали, что за целым числом N следует целое число N+1, затем N+2 и так далее **до бесконечности**. К бесконечным процессам приводил метод исчерпывания (по сути предела, но понятия предела тогда еще не было). Эта концепция была важным достижением, однако **противоречила** всем имеющимся тогда данным физики и философским **воззрениям о конечности Вселенной**. Она открывала новые широкие возможности в математике, но приводила к парадоксам. Смысл понятия бесконечности и до сих пор не раскрыт до конца, однако в течение веков на многие вопросы, возникающие в связи с этим понятием получен ответ. Сейчас философы говорят о 2-х бесконечностях: Актуальная (задана и чувствуется) и Потенциальная (та, которая строится)

Еще одна трудность связана с тем, что греки **не знали отрицательных чисел**. Они имели дело с отрицательными числами только в терминах алгебраических выражений для площадей квадратов и прямоугольников, например, **квадрат разности**. Отрицательные числа впервые использовались, по видимому, китайцами, однако окончательно вошли в математику после работ Кардано в 1545 году.

**Геометрическая алгебра греков.**

**Первичными элементами ее являются отрезки прямой**. С ними определены все операции исчисления. **Возникающие при этом геометрические построения осуществляются только циркулем и линейкой без делений.** В геометрической алгебре **сложение это приставление отрезков**, **вычитание - отбрасывание от отрезка части, равной вычитаемому отрезку**. **Результатом умножения принимается прямоугольник со сторонами a и b, равными перемножаемым отрезкам**. Произведение трех отрезков дает параллелепипед. Произведение большего числа отрезков, естественно, не рассматривается. Деление наиболее сложная операция и возможно только, если размерность делимого больше размерности делителя, x=ab/c.

Геометрическими построениями можно интерпретировать алгебраические формулы. Созданному греками геометрическому исчислению свойственны, помимо неудобства, и более существенные недостатки. Довольно скоро выяснилось, что **существует класс задач, не поддающихся решению с помощью циркуля и линейки**. К ним относятся три знаменитые задачи древности:

* задача о трисекции угла, т.е. разделение произвольного угла на три равных части; (Греки нашли способ это сделать)
* задача об удвоении куба, т.е. определение ребра куба, объем которого вдвое больше объема данного куба; (Первым – был Декарт, который высказал гипотезу, что задача не решаема, доказали это Венсуль лишь в 19 веке (т.к. там было сложное тригонометрическое уравнение))
* задача о квадратуре круга, т.е. нахождение такого квадрата, площадь которого была бы равна площади заданного круга. (Венсуль показал, что это невозможно)
* Построить квадрат равновеликий площади данного треугольника.
* Приближение криволинейные фигуры прямыми отрезками

**Гиппократ Хиосский** (5 век до н.э.) первым построил луночки, площади которых равнялись площадям криволинейных фигур (например, треугольника), первым начал строить стройную теорию математики, пытался сформулировать «начала математики». Но его работы до нас не дошли.

**Эратосфен Киренский** -- мезолябия (прибор из 2-ух палок и 3-х прямоугольных треугольников) для задачи удвоения куба. Первым вычислил размеры Земли. Придумал решето Эратосфена, для генерирования последовательности простых чисел.

**Диофант Александрийский** -- Основное произведение Диофанта — Арифметика в 13 книгах. К сожалению, сохранились только 6 первых книг из 13. Бо́льшая часть труда — это сборник задач с решениями (в сохранившихся шести книгах их всего 189), умело подобранных для иллюстрации общих методов. Главная проблематика Арифметики — нахождение положительных рациональных решений неопределенных уравнений. Рациональные числа трактуются Диофантом так же, как и натуральные.

**Архимед** (287-212 до н.э.) – математик, физик, инженер. Основные достижения – открытия в области конических сечений, более общие формулы для вычисления площадей и объемов фигур, закон Архимеда, оценки значения pi через периметры правильных многоугольников, теорема о промежуточных значениях непрерывной функции, площади и объемы фигур через суммы Дарбу - главный результат. Был активным участником обороны Сиракуз: выстроил воинов с полированными щитами в виде параболы, фокус которой был направлен на вражеский корабль (незамедлительно загорелся). В ходе осады изобретал всякие военные машины, рисовал чертежи на песке. На своей могиле Архимед завещал выбить шар, вписанный в цилиндр. Трактат о количестве песчинок во Вселенной.

**Аристарх Самосский** (ок. 310 до н. э., — ок. 230 до н. э.) является одним из основоположников тригонометрии.

**Еще несколько натур-философских школ древней Греции**

**Демокрит** (460 - 370 гг. до н.э.) - предложил **атомистическую теорию** (считал, что любой объект можно разложить на мельчашие части, тело на плоскости, плоскости на тончайшие прямые, прямые на точки, точки – являлись атомами, что делать с которыми – не ясно). Занимался логикой, астрономией (каждый этим занимался), музыкой, космологией, оптикой, искусством, педагогикой. И всё Демокрит пытался свести к математике. В частности, он пытался вычислять площади различных фигур (ему помогал **Евдокс**). **Пытался одним из первых положить в основу математики – аксиоматику.** Начал говорить о построении бесконечно малых величин. Первым рассмотрел стереометрию; первым установил, что объем пирамиды и конуса равен соответственно одной трети объема призмы и цилиндра под той же высотой и с той же площадью основания.

**Евдокс ( 408 год до н. э. — ок. 355 год до н. э.) -**  Метод исчерпывания - чтобы измерить площадь фигуры, надо последовательно вписывать аппроксимирующие фигуры (существование – через построение, единственность не рассматривалась). Общая теория отношений.

**Зено́н Эле́йский (490 до н. э — ок. 430 до н. э.) ) - филосов, основополжник Элейской школы, ученик Парменида,** говорил – что пытаться совместить бесконечно малые величины бесконечно большое число раз, приводит к противоречию (отсюда – апории Зенона).

**Академия Платона: (Плато́н (др.-греч. Πλάτων, 428 или 427 — 348 или 347 до н. э.)**

Над входом висела надпись: «Не знающий геометрию да не войдёт сюда» **Понятие предельного перехода** впервые появилось у Платона.

**Аристотель (384 до н. э. — 322 до н. э.)** – ученик Платона (его взгляды господствовали в течении 2000 лет), пытался активно пользоваться **понятием бесконечности,** как актуальной, так и потенциальной, много внимания уделял логике, придерживался **троичной логики**, ввёл понятия **«аналогия», «индукция», «дедукция». Показал что л**юбое движение может быть получено по окружности и прямой

**Замечание:** До конца 17 века – любая математика называлась «геометрия» (это были просто синонимы)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Интересный факт:**

Ещё в 6-м веке до н.э. некий Эфполин должен прорыть тоннель на острове Самос через гору Кастро. Вход и выход должны быть в определённых местах. (эту Историю описывал Герон, хотя жил он 700 лет позже) Делалось это за счет описанного многоугольника вокруг горы, из прямых параллельных и вертикальных горизонту.

После этого он суммировал все эти расстояния и вычислял сдвиг одной точки относительно другой, после этого он отмерял назад подобный треугольник, и копал после этого напрямую.

Тоннель - 1000 меров, ошибся на 1%

Тоннель до сих пор существует и там водят экскурсии.

**Дихотоми́я** (греч. διχοτομία: δῐχῆ, «надвое» + τομή, «деление») — раздвоенность, последовательное деление на две части, не связанные между собой. Способ логического деления класса на подклассы, который состоит в том, что делимое понятие полностью делится на два взаимоисключающих понятия. Дихотомическое деление в математике, философии, логике и лингвистике является способом образования взаимоисключающих подразделов одного понятия или термина и служит для образования классификации элементов. Объем понятия «*человек*» можно разделить на два взаимоисключающих класса: *мужчины* и *женщины*. Понятия «*мужчины*» и «*женщины*» являются дополнительными друг другу, поэтому их объемы не пересекаются.

# **5. | Научная биография Архимеда**

Сын астронома Фидия, гениальный изобретатель. III в до н.э. (жил около 287 – 212 года до н.э.) Год рождения вычисляют по тому, что ему было тогда около 75 лет (Осада Сиракуз римлянами в 212 году до н. э. в ходе Второй Пунической войны. А ведь в это время ему было уже 75 лет!) Обычно о нём пишут, как о великом механике, физике, астрономе и меньше – о математике. Архимед был прикладным математиком. Архимед родственник царя Гиерона (и даже дружили, в частности Архимед часто удивлял своими механическими приспособлениями)

**Легенда о Законе Архимеда (о ванне)**:

Свой знаменитый закон Архимед открыл при интересных обстоятельствах. Царь Гиреон II, которому служил Архимед, хотел узнать, не подмешивали ли ювелиры серебро к золоту, когда изготавливали корону. Для этого необходимо определить не только массу, но объём короны, чтобы рассчитать плотность металла. Определить объём изделия неправильной формы – непростая задача, над которой Архимед долго размышлял.

Решение пришло Архимеду в голову, когда он погрузился в ванну: уровень воды в ванне поднялся после того, как тело учёного было опущено в воду. То есть объем его тела вытеснил равный ему объем воды. С криком «Эврика!» Архимед побежал во дворец, даже не потрудившись одеться. Он опустил корону в воду и определил объем вытесненной жидкости. Задача была решена!

Таким образом, Архимед открыл принцип плавучести. Если твердое тело погрузить в жидкость, оно вытесняет объем жидкости, равный объему погруженной в жидкость части тела. Тело может плавать в воде, если его средняя плотность меньше плотности жидкости, в которую его поместили.

**Закон Архимеда гласит**: на всякое тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, направленная вверх и равная весу вытесненной им жидкости или газа.

Другая легенда рассказывает, что построенный Гиероном в подарок египетскому царю Птолемею тяжёлый многопалубный корабль «Сиракузия» никак не удавалось спустить на воду. Архимед соорудил систему блоков (полиспаст), с помощью которой он смог проделать эту работу одним движением руки. (**Дайте точку опоры, и я переверну землю)**

Осада Сиракуз римлянами в 212 году до н. э. в ходе Второй Пунической войны. А ведь в это время ему было уже 75 лет! Построенные Архимедом **метательные машины** забрасывали римские войска тяжёлыми камнями. Мощные краны захватывали железными крюками корабли, приподнимали их кверху, а затем бросали вниз, так что корабли переворачивались и тонули.

Были проведены несколько экспериментов с целью проверить правдивость описания этого «сверхоружия древности». Построенная конструкция показала свою полную работоспособность.

**Легенда о сожжении флота римлян**

Архимед в письме Гиерону писал «ты знаешь замечательную теорему о свойствах парабол, и восхищался её доказательством и совершенством (лучи падающие в параболоид фокусируются в одной точке), а я нашёл практическое применение».

По легенде, во время осады римский флот был сожжен защитниками города, которые при помощи зеркал и отполированных до блеска щитов сфокусировали на них солнечные лучи по приказу Архимеда. Легенда была дважды опровергнута в телепередаче «Разрушители легенд».

Существует мнение, что корабли поджигались метко брошенными зажигательными снарядами, а сфокусированные лучи служили лишь прицельной меткой для баллист. В эксперименте греческого учёного Иоанниса Саккаса (1973) удалось поджечь фанерную модель римского корабля с расстояния 50 м, используя 70 медных зеркал.

Только вследствие измены Сиракузы были взяты римлянами осенью 212 году до н. э. При этом Архимед был убит.

## **Основные достижения:**

**Нашёл все полуправильные многогранники**, которые теперь носят его имя, значительно развил **учение о конических сечениях**, дал геометрический **способ решения кубических уравнений** вида  , корни которых он находил с помощью пересечения параболы и гиперболы. Архимед провёл и полное исследование этих уравнений, то есть **нашёл, при каких условиях они будут иметь действительные положительные различные корни и при каких корни будут совпадать**.

Идеи Архимеда легли впоследствии в основу **интегрального исчисления** (вычислял **площади и объемы** с помощью вписанных и описанных фигур, площади которые можно вычислить).

Архимед вписал многоугольник 3\*28 степени

Архимед сумел установить, что сфера и конусы с общей вершиной, вписанные в цилиндр, соотносятся следующим образом:

два конуса : сфера : цилиндр как 1:2:3.

В сочинении “Квадратура параболы” Архимед **доказал, что площадь сегмента параболы, отсекаемого от неё прямой, составляет 4/3 от площади вписанного в этот сегмент треугольника.** Лучшим своим достижением он считал **определение поверхности и объёма шара** — задача, которую до него никто решить не мог. Архимед просил выбить на своей могиле шар, вписанный в цилиндр. Это **он вычислял объемы шара и цилиндра, описанного вокруг шара, и определил отношения этих объемов. (Объём шара – это 2/3 от описанного вокруг него цилиндра.) - считал одним из своих важнейших достижений (**Архимед вычислял это методами, которые сейчас бы назвали Суммами Дарбу**)**

Огромное значение для развития математики имело **вычисленное Архимедом отношение длины окружности к диаметру**. В работе «Об измерении круга» Архимед дал свое знаменитое приближения для числа π: **«архимедово число» - три и одна седьмая.** Архимед вычислил ПИ как предел: между 3+1/7 и 3+10/71

Архимед написал **много научных трудов**: «О спиралях», «О коноидах и сфероидах», «О шаре и цилиндре», «О рычагах», «О плавающих телах». А в трактате «О песчинках» он подсчитал количество песчинок в объеме земного шара. (Архимед придумал задачу – сколько песчинок во вселенной. Он посчитал, что это сфера до самых дальних неподвижных звёзд. В итоге он посчитал, что песчинок 10^63 степени.)

Изобрел **водоподъемную машину (в виде винта)**.

Для архимеда была большая проблема счёта (в то время не было удобной системы счисления) (в лучшем случае была вавилонская система без нуля, у греков была алфавитная непозиционная система)

Глубокой теории у Архимеда не было – в частности у него нету понятия предела, бесконечно малой и большой величины.

# **6. | “Начала” Евклида**

**Евклид** (около 300 до н.э.). Жил и работал в Александрии. Там был построен научный центр. Созрела необходимость в системе математики со своими обоснованиями, со своей системой логических выводов и доказательств. *Первым кто предложил такую систему был Гиппократ Хиосский, но его умозаключения до нас не дошли.*

Поэтому считается что именно Евклид был первым. Он предложил систему под названием «Начала» (система не сохранилась). Евклид попытался построить стройную математическую систему, которая бы базировалась на некоторых незыблемых начальных сведениях, а всё остальное выводилось бы из этого. **В “Началах” систематизированы и строго изложены результаты, полученные математикой к III веку до н.э., включающие три важнейших открытия математики древности: теорию отношений Евдокса, теорию иррациональных Теэтета и теорию пяти правильных тел.** Вся система Начал строилась на 3-х книгах - 13 томах.

Первая книга содержала определения, аксиомы и постулаты.

**Определения:**

* **Точка** -- то, что не имеет частей.
* **Линия** -- длина без ширины.
* **Куб** -- телесная фигура - 8-ми угольник, заключенная между 6 равными квадратами.

**Аксиомы** – факты, который не требует доказательства. Отношение, которое вводит равенство и неравенство сравниваемых величин**:**

* Совмещение равно между собой - Если к равному добавить равное – получим равное, если отнять равное – получим равное,
* Часть меньше целого

**Постулаты:**

1. От всякой точки до всякой точки можно провести прямую.
2. Ограниченную прямую (отрезок) можно непрерывно продолжать по прямой.
3. Из всякого центра всяким раствором (раствор как угол между частями циркуля, т.е. **всяким радиусом**) может быть описан круг.
4. Все прямые углы равны между собой.
5. Если прямая, пересекающая две прямые, образует внутренние **односторонние** углы, меньшие двух прямых углов (т.е. оба односторонних угла меньше 90 градусов), то, продолженные неограниченно, эти две прямые встретятся с той стороны, где углы меньше двух прямых углов.

На протяжении последующих 2 тысяч лет многим казалось, что 5-ый постулат можно доказать.

**Планиметрия**:

1. В **первом томе** даются основные **действия над геометрическими примитивами (**отрезками, углами, свойства прямоугольников, треугольников, параллелограммов, сравнение площадей**) и доказательство теоремы Пифагора**. Метод доказательства такой: формализуется доказательство или утверждение, делается чертёж, доказательство по чертежу, дополнительные построения, если необходимо, и так далее. Тот метод, который использовал Евклид, называется **синтезом**.
2. Во **втором томе**- **геометрическая алгебра**, **способы операций с отрезками, площадями, объёмами, в частности:**
   1. Отношения площадей треугольников с общей высотой
   2. Задачи о подобии фигур
   3. A\*x+-b/c\*x\*x = S – решается через геометрический метод
3. В **третьем томе**- **свойства вписанных и описанных углов**, свойства хорд, касательных, окружности
4. В **четвертом томе - предложения о вписанных и описанных многоугольниках, о построении правильных многоугольников,** свойства правильных многоугольников (как вписанных, так и описанных)**.**
5. В **пятом томе - общая теория отношений и величин Евдокса (**Доказываются свойства (в виде геометрической алгебры): a/b = c/d, и b/k=d/l, то a/k=c/l**) и** построение правильных 3-х, 4-х, 5-ти, 6-ти и 15-ти угольников. Эта задача была очень сложная для людей многие сотни лет.
6. В **шестом томе - теорема Фалеса, подобие фигур, решение уравнения ax + b/c x^2 = s.**

**Числа**:

1. **Седьмом-девятом томе**: теория чисел,в частности:
   1. доказательство того, что простых чисел бесконечно много (умножить все простые числа и добавить единичку)
   2. Евклид доказывает, что если число S= сумма по K от 0 до n, где 2^k – простое, то S\*2^n – совершенное. Доказывается лишь в одну сторону (в обратную до сих пор не доказано)

рациональные числа, алгоритм Евклида о нахождении НОД, основные теоремы делимости, теорема о совершенных числах, задача A\*x+-b/c\*x\*x = S (решается через геометрический метод)

1. **Десятом томе.** Изучение и классификация. 25 видов квадратичных иррациональностей \sqrt{a+\sqrt{b}}. Там же даётся лемма исчерпывания и способ нахождения пифагоровых чисел (троек)

**Геометрия в пространстве**:

1. **Одиннадцатый том - стереометрия, теоремы о многогранных углах**
2. **Двенадцатый том** - соотношение объемов параллелепипедов/параллелограммов, конусов, призм, цилиндров, а также площади кругов относятся как квадратный диаметр (но нету никакого пи!)
3. **Тринадцатый том** - правильные многогранники: тетраэдр(4 грани), куб (6), октаэдр(8), додекаэдр (12) и икосаэдр (20). Доказывается, что их только пять. Они получили название платоновых тел и имели основополагающее значение в космологии школы Платона.

**Недостатки “Начал”**:

Все **величины представлены, как отрезки**, что сильно усложняет доказательства, средства построения **только циркуль и линейка**, поэтому нету вычислительных методов, нету конических сечений, … Все доказательства - геометрические. Ни в одной из книг начал нету ничего о длине окружности, а значит и о числе пи.

Евклид использовал только **синтез**, отсутствовал анализ.

Т.е. ⇔ ; очевидно, а дальше шаг за шагом очевидными действиями доходим до условия задачи. Изложение идёт тяжелейшим геометрическим языком.

**Замечание**: **анализ** – доказательство придумываем от задачи к чему-то очевидному

**синтез** – доказательство от каких-то странных очевидных мест, после чего идем шаг за шагом к условию

В России первое издание появилось в 1739 году. При доказательстве утверждений в современном мире используются как анализ, так и синтез.

Переводов Начал – крайне много – возможно 2-я по популярности книга после библии

# **7. | Главные достижения и основные черты Древнего Востока**

Математика Востока, в отличие от греческой, всегда носила более практичный характер. Соответственно наибольшее значение **имели вычислительные и измерительные аспекты**. Основными областями применения математики были торговля, ремесло, строительство, география, астрономия и астрология, механика, оптика. Учёные Ближнего Востока занимались вопросами решения задач плоской и сферической геометрии. Многие из них уже отделяли астрономию от тригонометрии.

В целом, эпоха исламской цивилизации в математических науках может быть охарактеризована не как эпоха поиска новых знаний, но — как эпоха передачи и улучшения знаний, полученных от греческих математиков. Типичные сочинения авторов этой эпохи, дошедшие до нас в большом количестве — это комментарии к трудам предшественников и учебные курсы по арифметике, алгебре, сферической тригонометрии и астрономии. Некоторые математики стран ислама виртуозно владели классическими методами Архимеда и Аполлония, но новых результатов получено немного.

Арабская нумерация вначале была буквенной и, видимо, она финикийско-еврейского происхождения. Но с VIII века багдадская школа предложила индийскую позиционную систему, которая и прижилась.

**Дроби** в арабской математике, в отличие от теоретической арифметики древних греков, считались такими же числами, как и натуральные числа. Записывали их вертикально, как индийцы; черта дроби появилась около 1200 года. Наряду с привычными дробями в быту традиционно использовали разложение на египетские аликвотные дроби (вида 1/n), а в астрономии — 60-ричные вавилонские. Попытки ввести **десятичные дроби** делались, начиная с X века (ал-Уклидиси), однако дело продвигалось медленно. Только в XV веке ал-Каши изложил их полную теорию, после чего они получили некоторое распространение в Турции.

#### **Арабы**

В IX веке жил Мухаммед Бен Муса **Аль-Хорезми** — сын зороастрийского жреца, прозванный за это аль- Маджуси (маг). Изучив индийские и греческие знания, он написал книгу «**Об индийском счёте» (по сути об арабских числах)**, способствовавший **популяризации позиционной системы** во всём Халифате, вплоть до Испании. Сам он использовал и десятичную, и шестидесятиричную системы. В XII веке эта книга переводится на латинский, от имени её автора происходит наше слово **«алгоритм»** (впервые в близком смысле использовано Лейбницем), поскольку там излагались арифметические действия, алгоритмы. Достаточно долго после выхода книги слово алгоритм связывали только с 4 арифметическими действиями. Другое сочинение аль-Хорезми, **«Краткая книга об исчислении аль-джабра и аль-мукабалы»**, оказало большое влияние на европейскую науку и породило еще один современный термин **«алгебра»**. В данной книге он описал метод получил решения различных квадратных уравнений с положительными коэффициентами. В книгах решались следующие уравнения (квадратные, линейные): Ax=b, ax\*x=b, ax\*x=b\*x, x\*x+b\*x=a, x\*x+а= bx (отрицательных чисел не было, и поэтому переносить слагаемые через равенство нельзя было, благодаря чему все уравнения решались абсолютно по разному) Формул решений не было. Уравнения третьей степени пытался решать через конические точки пересечения.

**Омар Хайям** (1043-- 1123): поэт-математик.; **Алгебра - наука об уравнениях**; Пользовался он 10-ной и 60-ной системами счисления. Пытался искать **решения уравнений второй и третьей степени в виде общих точек конических сечений**. Искал приближенные решения уравнений третьей степени. Это вообще характерно для учёных Ближнего Востока — поиск приближенных решений итерационными методами. Делал попытки доказать **пятый постулат Евклида**.

**Насиреддин**: построил первую систему плоской и сферической тригонометрии. Тоже пытался доказать пятый постулат.

**Улугбек** (1394-- 1449), внук Тимура Тамерлана, правитель Самарканда. Много внимания уделял науке. Построил в Самарканде обсерваторию и медресе (университет). Составил таблицу синусов (точнее, хорд) с точностью до девятого знака и с шагом в одну минуту.

Понятия отрицательного числа в исламской математике в целом выработано не было. Некоторым исключением стала книга «Мухаммедов трактат по арифметике» ал-Кушчи (XV век). **Ал-Кушчи** мог познакомиться с этой идеей, будучи в молодости послом **Улугбека** в Китае. Перевод этой книги на латинский впервые в Европе содержал термины *positivus* и *negativus* (положительный и отрицательный).

Меруни **Аль-Каши** (XIII в.). Итерационные решения уравнений 2 степени. Вычислил 16 знаков pi, построив правильный многоугольник с числом сторон 3\*2^28 . (это дало ему для 2π приближение 6,2831853071795865 а π = 3,14159265358979325 не верна последняя цифра 5 которая на самом деле должна быть 4)

#### **Индия**

Индийская нумерация изначально была изысканной. В санскрите были средства для именования **чисел до 1050**. Для цифр сначала использовалась сиро-финикийская система, а с VI века до н. э. — написание «брахми», с отдельными знаками для цифр 1-9. Несколько видоизменившись, эти значки стали современными цифрами, **которые мы называем арабскими**, **а сами арабы — индийскими**.

Около 500 г. н. э. неизвестный нам великий индийский математик изобрёл **новую систему записи чисел — десятичную позиционную систему**. В ней выполнение арифметических действий оказалось неизмеримо проще, чем в старых, с неуклюжими буквенными кодами, как у греков, или шестидесятиричных, как у вавилонян. **В дальнейшем индийцы использовали счётные доски, приспособленные к позиционной записи**. О**ни разработали полные алгоритмы всех арифметических операций, включая извлечение квадратных и кубических корней.**

К V—VI векам относятся труды **Ариабхаты**, выдающегося индийского математика и астронома. В его труде «**Ариабхатиам**» встречается множество решений вычислительных задач. В VII веке работал другой известный индийский математик и астроном, **Брахмагупта**. В нём изложены учение **об арифметической прогрессии** (известное правило её суммирования) и **решение квадратных уравнений, имеющих действительное решение.**

Наибольшего успеха средневековые индийские математики добились в области теории чисел и численных методов. **Использовали отрицательные числа (как долг).** Комбинаторика. Суммирование рядов. Тригонометрия. В алгебре - еще один шаг к обобщению уравнений.

# **8. | Первые инструменты для счета - абаки. (Герберт из Oрильяка)**

**Аба́к** (или Калькулюс) – это дощечка (в переводе – покрытая пылью), из бронзы, или дерева, или слоновой кости, по 3 столбца с делениями для дробей (3 штуки) и 7. И разделялись по сотням, десяткам и единицам. И изображались сотни десятки и единицы в форме специальных изображений («апексы»). (по идее очень похоже на русские счёты)

**Аба́к** — счётная доска, применявшаяся для арифметических вычислений приблизительно с IV века до н. э. в Древней Греции, Древнем Риме. Доска абака была разделена **линиями на полосы**, счёт осуществлялся **с помощью размещенных на полосах камней** или других подобных предметов.

**Впервые появился, вероятно, в Древнем Вавилоне ок. 3 тыс. до н. э.** Первоначально представлял собой доску, разграфленную на полосы или со сделанными углублениями. Счётные марки (камешки, косточки) передвигались по линиям или углублениям. В 5 в. до н. э. в Египте вместо линий и углублений стали использовать палочки и проволоку с нанизанными камешками.

**В Европе абак применялся до XVIII века**. В Средние века сторонники производства арифметических вычислений исключительно при помощи абака — **абацисты** — в течение нескольких столетий вели ожесточенную борьбу с **алгоритмами** — приверженцами возникших **тогда методов алгоритмизации арифметических действий.**

В **России счёты** (аналог абака) появились в XVI - XVIII веке и применяются до сих пор, хотя в последнее время их использование ограничено широким распространением калькуляторов.

**Ацтекские счёты** возникли приблизительно в X веке и изготавливались из зёрен кукурузы, нанизанных на струны, установленные в деревянной раме.

В странах Востока распространены **китайский аналог абака** — суаньпань или «цуань-пань» (появился В 6-м веке там была рамка, слева – земля – 5 кружочков, а справа – воздух – 5 кружочков) и японский — соробан, появился спустя 1000 лет после китайского

**Греческий абак**

Самая ранняя информация об абаке в Греции относится к 5 веку до н.э. Он представлял собой п**анель из дерева или мрамора с камнями из дерева или металла**. На острове Salamis в 1946 году раскопали абак 300 года до н.э. - древнейший абак из найденных до сих пор. Он представляет собой плиту из белого мрамора 149х75х4.5 см, на которой было 5 групп маркеров. В центре плиты располагались 5 параллельных прямых, пересеченных вертикальной прямой. Под этими линиями - трещина, а под ней - ещё 11 параллельных линий, снова пересечённых вертикальной прямой. Третий, шестой и девятый ряды помечены крестами.

**Римский абак**

Нормальным методом счёта в Древнем Риме, как и в Греции, было передвижение счётчиков по плитке. Изначально для этого использовались камешки "Calculi". Позже, в средневековой Европе стали производить специальные жетоны. Прямые разделяли единицы, пятёрки, десятки - как в римской системе счисления. В 1 веке до н.э. Гораций описывает восковой абак - доску, покрытую чёрным воском, на которой была нанесена разметка стилусом.

Одна из раскопок римских счёт относится к 1 веку н.э. Она содержит 8 длинных желобов для 5 бусин и 8 для 1 бусины. Они предназначались соответственно для отсчёта десятков и пятёрок. Таким образом, число 264 можно было представить как 2\*100 + 1\*50 + 1\*10 + 0\*5 + 4\*1 -- почти как в римской системе.

# **9. | Появление логарифмов**

Зачем? Потребность в сложных расчётах в XVI веке быстро росла, и значительная часть трудностей была связана с умножением и делением многозначных чисел. В конце века нескольким математикам, почти одновременно, пришла в голову идея: сопоставив с помощью специальных таблиц **геометрическую (исходн.) и арифметическую прогрессии, заменить трудоёмкое умножение на простое сложение, а деление -- на неизмеримо более простое и надёжное вычитание.**

Отсюда пошло изобретение логарифмов, которые в итоге **позволили свести к сложению** не только **умножение и деление, но и такие громоздкие операции как возведение в степень и извлечение корня**. Как уже было сказано логарифмам предшествовала идея сравнения геометрической и арифметической прогрессий, также с целью сведения операций к более простым. Действительно, возьмем две последовательности

а)

б) ..., -1, 0, 1, 2, ...

Умножению членов последовательности а) соответствует сложение соответствующих членов последовательности б). На современном математическом языке эти последовательности задают функцию  или . Но в те времена еще не знали **показательной и логарифмической функции**; они были введены лишь в XVIII веке Эйлером. Очевидно, если , то 

Первые логарифмические таблицы были составлены швейцарцем **Бюрги**. Он работал в пражской астрономической обсерватории вместе с **Кеплером**, помогая ему в наблюдениях и вычислениях. **У Бюрги основание логарифмов** . Над таблицами логарифмов Бюрги трудился 8 лет, с 1603 по 1611 годы. Он их долго не публиковал и сделал это только в 1620 году благодаря настойчивым просьбам Кеплера. **Это стоило Бюрги приоритета в изобретении логарифмов**.

**Изобретателем логарифмов** считается **шотландский математик барон Непер** (1550 – 1617), опубликовавший в 1614 году в Англии книгу **“Описание удивительных таблиц логарифмов**” содержащую логарифмы и тригонометрические функции (0-90 градусы,шаг 1 минута) с точностью до восьмого знака. Неперу принадлежит и сам термин “**логарифм**”. Книга Непера содержала **8-значные таблицы логарифмов тригонометрических функций** для значений аргумента от 0 до 90 градусов с шагом 1 минута. Непер исходил из двух последовательностей, из которых одна возрастает в арифметической прогрессии, а другая убывает в геометрической, что соответствует формуле  или , т.е. **неперовские логарифмы** имеют основание **1/е.** Неперу было известно, что логарифмы обратных тригонометрических функций получаются просто изменением знака.

Непер и английский математик **Бригг** пришли к идее **десятичной системы логарифмов**, основанной на последовательностях а), б) при q=10. После смерти Непера Бригг в 1624 году опубликовал книгу “**Логарифмическая арифметика**”, содержавшую **десятичные “бригговы” логарифмы** с четырнадцатью знаками для целых чисел от 1 до 20.000 и от 90.000 до 100.000. Пробел был заполнен в 1627 году, когда голландец **Влакк** издал 10-значные таблицы логарифмов целых чисел от 1 до - десятичные логарифмы тригонометрических функций с шагом в 10 секунд.. В 1620 году англичанин **Спейдель** разработал таблицы **натуральных логарифмов**.

**Николас Меркатор (Кауфман)** (1620 – 1681) Умел вычислять логарифм от 1+х через разложение в ряд:

\ln(1+x) = x - \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{4} x^4

Он также ввёл термин **"натуральный логарифм"** - хотя его основание далеко не натурально.

# **10. | Логарифмическая шкала и логарифмическая линейка**

Логарифмическая линейка была основным инструментом, который использовали инженеры, конструкторы, прорабы, у каждого из них в кармане была такая линеечка и они получали результаты быстрее чем мы на калькуляторе, причём они не только складывали, делили, умножали, вычитали корни, но и возводили в степени, вычисляли логарифмы, решали системы уравнений.

Первые логарифмические линейки были сделаны **проф. Гюнтером**

**Эдмунд Гюнтер (1581 – 1626)**

Оксфорд. Разработал логарифмическую шкалу, являющуюся первым вариантом широко ныне распространенной логарифмической линейки. Эдмонд Гюндер, разработал термины log, cos, ctg. Он же, а кроме него Кеплер и другие ученые, составлял таблицы логарифмов чисел и тригонометрических функций, как десятичные так, и натуральные, и широко использовал их в астрономии. В 1624 некий Edmund Wingate опубликовал его результаты в Париже. **На дощечке наносил логарифмы чисел, затем измерительным циркулем измерял расстояния - разности и суммы.**

Потом были инструменты **Отреда и Деламейна**

**Уильям Отред (1575 – 1660) (священник)**

**Отред** из Кембриджа внёс решающий вклад в изобретение удобной для пользования логарифмической линейки тем, что предложил использовать **две одинаковые шкалы, скользящие одна вдоль другой**. 1630 год — он и его **ученик Ричард Деламейн** создают круговую логарифмическую линейку, но результаты не публикуют, подобно Ньютону, который передавал знания только лично. Саму идею логарифмической шкалы ранее опубликовал валлиец **Эдмунд Гюнтер,** но для выполнения вычислений эту шкалу нужно было **тщательно измерять двумя циркулями**. **Двойная шкала Отреда сразу давала результат**.

В 1662 году **Сет Партридж изобрёл бегунок и визир**, и в этом виде логарифмическая линейка верно служила инженерам и математикам более 300 лет, пока не появились электронные калькуляторы.

**Отред** изобрёл также **компактную круговую логарифмическую линейку**, которая получила некоторую известность и вызвала ряд подражаний. В окончательном виде круговая линейка Отреда имела десять шкал и позволяла умножать, делить и находить значения нескольких тригонометрических функций.

Между **Гюнтером и Отредом** была междоусобица по поводу первенства между ними. Сейчас считается, что изобретение принадлежит обоим, и что они пришли к нему **независимо друг от друга**. Оба использовали обычный и круглый варианты линеек. Отред прожил 85 лет, он был роялист, когда он узнал о реставрации королевской власти (приход Карла IV), скончался.

**Роберт Бесакер** в 1654 г. придумал линейку, очень похожую на нынешнюю (т.е. ту, которая была 30 лет назад).

Была ещё ***спиральная линейка***. **Дж. Уатт** также усовершенствовал линейку в 1779, разработав удобное расположение логарифмических шкал для универсального использования.

В России появилась линейка в 1837, тогда как первые разработки были в 1620. Ньютон пользовался линейкой для решения СЛАУ, количество линеек пропорционально количеству шкал. **Прозрачная планка с риской -- идея Ньютона**.

# **11. | Машины Шиккарда, Паскаля, Лейбница**

В середине 20-го века были обнаружены наброски вычислительной машины, созданной Шиккардом в 1623 году. Таким образом, данная машина появилась раньше машины Паскаля, однако не существует ни сохранившихся экземпляров, ни даже свидетельств её существования.

**Шиккард (1592--1636)**

Профессор кафедры восточных языков Тюбингенского университета, интересовался астрономией, переписывался с Кеплером. Кеплер высоко ценил его способности. Рекомендовал бросить языки и заняться математикой... что он и сделал. Заведовал кафедрой математики. В письме писал, что он сумел сделать **"Часы для счёта"**. То есть он сделал механически то, что Кеплер сделал алгебраически. Придумал устройство, которое умело складывать, вычитать, умножать и делить.

**Машина Шиккарда** состояла из трех частей: **суммирующее устройство, множительное и механизм для записывания промежуточных результатов**. Первое из них представляло раннюю разновидность арифмометра, построенного на принципе использования зубчатых передач. На параллельных осях (их было 6) насаживались по одной десятизубой и однозубой шестерне. Последняя служила для того, чтобы передать шестерне следующего разряда толчок, поворачивающий ее на 0,1 оборота, после того как предыдущая шестерня сделает полный оборот. Техническое оформление машины позволяло видеть в окошках, какое число набрано в качестве первого слагаемого (или уменьшаемого) и последующие результаты, вплоть до итогового. Вычисление не представляло при этом затруднений.

Для **деления** рекомендовалось **повторное вычитание делителя** **из делимого**. **Умножение**: на 6 параллельных осей насаживались цилиндры, на каждый из которых наворачивалась таблица умножения. Перед цилиндрами устроена панель с девятью рядами окошек, каждый ряд открывается и закрывается специальной фигурной задвижкой.

Третья часть машины состояла из шести барабанчиков с нанесенными на них цифрами: 1, 2, ..., 9, 0 и соответственно из панели с шестью окошками. Поворотом барабанов в окошках фиксировалось число, которое вычислителю надо запомнить.

**Блез Паскаль** (1623 – 1662)

Родился в достаточно обеспеченной семье рантье Этьена Паскаля. В 1638 отец попал в немилость к Ришелье и вынужден был бежать в Испанию. Позже по просьбе младшей дочери Этьен был прощен и занял пост интенданта Руана. В шестнадцатилетнем возрасте Блез опубликовал первую работу по математике (на 53 строки математического труда, размножил в 50 экземплярах и расклеил по улицам Парижа). Это был трактат по проективной геометрии "Опыт о конических сечениях"

Занимался также физикой; разработал в это же время что-то из гидродинамики (закон Паскаля).

Из математики: треугольник Паскаля; первые методы интегрирования; использовал начала теории определённого и неопределённого интегрирования. Определенные результаты теории вероятности.

Первая **машина Паскаля** была разработана в 1642 году и называлась **“Часы Паскаля**”. В отличии от абака, в котором вычислительными элементами являются камушки, перемещающиеся в двух направлениях, у машины Паскаля была 10-зубая ось, на которой был ещё один дополнительный зуб. Две 10-ти-зубых оси входят в зацепление одна за другой, у каждой оси – 10 устойчивых положения. Для сложения – достаточно просто крутить одно колёсико, которое повернёт другое. Было колесо с **одним зубом – это было колесо, которое считало десятки**. Умножение – повторное сложение. Вычитать – не получалось так просто, поэтому Паскаль использовал другое представление – он складывал числа в «дополнительном коде», например: 600-75 = 600 - (100-25 = 9999925) = 600+25-100. На стенке машины были выбиты таблицы дополнительных кодов. Машина могла работать с числами **до 6-ти десятичных разрядов.**

Паскаль потратил кучу сил и денег, чтобы реализовать задумку (в то время это было очень сложно, и Паскаль сам брался за напильники). После выпуска машины, Паскаль сделал лицензию, и послал один экземпляр шведской принцессе.

На текущий момент сохранилось 8 экземпляров. Всего было выпущено 50 машин, причем некоторые из них были из ценных материалов.

**Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646-1716)**

Родился в Лейпциге в семье профессора этики, морали и права. Имел очень хорошие отношения с Петром I. Одна из его деятельностей - дипломатия на высоком уровне; занимался монетным делом, как и все умные люди; насоветовал всего хорошего Петру. В частности, по его совету была придумана Питерская Академия Наук. В общем, он везде приложил руку, даже в церкви. В первую очередь искал "всеобщую характеристику" - общий метод познания всех истин вообще. В ее основе, по мнению Лейбница, лежала математика. Если мы формализуем все знания, то споры философов станут не нужны. В результате был сделан значительный вклад в математическую логику. Член Лондонского Королевского общества, и много чего ещё, признание он получил. Хотя, он был и не настолько замечателен, как, например, Ньютон. **Ввёл понятие дифференциала** и проделал значительную работу в дифференциальном исчислении. Ввел такие понятия и обозначения, как знак интеграла, константа, переменная, координаты, абсцисса, дифференциальное уравнение, функция, алгебраические трансцендентные кривые. В области дифференцирования основными достижениями являются: правила дифференцирования суммы, разности, степени, корня, произведения, и т.д. Формула многократного дифференцирования произведения функций, разлагал функции в степенные ряды для оперирования со сложными функциями; установил сходимость знакочередующегося ряда; вычислил пи как разложение в ряд. Правило Крамера придумал Лейбниц. Правило Лопиталя впервые появилось тоже в его трудах.

**Машина Лейбница.**

Когда Лейбницу было 24 года, он задумал усовершенствовать машину Паскаля. Основным недостатком машины была реализация умножения как последовательного сложения. Приходилось многократно вручную устанавливать второе слагаемое. В машине **Лейбница умножение было автоматизировано, с помощью ступенчатого валика;** сходный принцип применялся в XIX-XX вв. в арифмометрах. Строительство машины было начато в 1676 году, и после нескольких усовершенствований, завершено в 1694 году. Машины были сложными и дорогими, основной проблемой массового создания были техники, которые не справлялись с созданием точных деталей. Всего в Европе и России было выпущено более 1000 таких машин.

# **12. | Зарождение математики переменных величин (Декарт, Ферма)**

В XVII веке берут начало большинство математических дисциплин, которые ныне составляют основу высшего математического образования: математический анализ (Ньютон, Лейбниц), **аналитическая геометрия** (Декарт, Ферма), проективная и дифференциальная геометрия (Паскаль, Гюйгенс, Кеплер), теория вероятностей (Якоб Бернули, Ферма).

**Рене Декарт** (1596 - 1650). Правовед по образованию, физик, математик, физиолог. Родился во французском городе Турени в семье, принадлежащей древнему дворянскому роду. Образование получил в иезуитском колледже. Некоторое время служил в армии. Из-за разногласий с церковью долгое времяжил в Голландии, и за год до смерти переехал по приглашению шведской королевы в Стокгольм.

Целью деятельности Декарта была **разработка общего математического подхода к изучению естествознания**. В труде “**Геометрия**”, вышедшем в 1637 году, он осуществил свой подход, **объединив алгебру и геометрию**. Главная заслуга Декарта состоит в систематическом применении уже хорошо развитой алгебры к геометрии, что существенно расширило область ее применения и создало основу для формирования самостоятельной математической дисциплины - **аналитической геометрии**.

Впервые использовал понятие **переменной величины**. Большое значение для дальнейшего развития математики имело и окончательное освобождение Декартом от ограничений, связанных с размерностью величин, идущих еще от геометрической алгебры древних греков.

**Система координат**. Систему координат Декарт воспринимал в двояком виде. **Первый вид** может показаться не вполне стандартным, он похож на **беговые дорожки, где отмечены расстояния**. И первый вариант у него есть система привязок к некой траектории, **второй же вариант мы называем декартовой системой координат**. Декарт использовал только первую четверть. В его системе координат не было даже оси Y, только ось X. **Пространственных координат еще не было**.

Декарт считал **допустимыми только те прямые, которые рисуются только циркулем и линейкой, шарнирным механизмом**. Он классифицировал кривые, давая **ранг кривой, определённым количеством звеньев шарнирного механизма**, которым можно нарисовать кривую. Это была первая попытка классифицировать кривые. Остальные кривые были названы механическими. Позднее Лейбниц назвал их трансцендентными.

**Не любя отрицательные числа, высказал предположение о том, что у уравнения n-й степени n корней**. **Высказал предположение, что количество положительных корней уравнения соответствует числу знакоперемен (минус чётное число).**

Уравнения 3, 4 степени он решал тригонометрическими методами, используя метод, аналогичный методу вставки в трисекции угла.

У него появились удобные обозначения +, -, = и · ввёл Декарт. **y^2 —** тоже Декарт. Неизвестные начал называть x, y, z, известные — a, b, c.

**Пьер Ферма** родился в 1601 году на юге Франции в семье торговца. Окончил юридический факультет Тулизского университета и работал юристом в Тулузе до конца жизни. Ферма самостоятельно знакомился с математикой, творчески работал в этой области и получил значительные результаты в разных математических дисциплинах, которые были опубликованы лишь после его смерти. Результаты Ферма по аналитической геометрии изложены в небольшой работе “**Введение в теорию плоских и пространственных мест”**, опубликованной лишь в 1679 году. Здесь уже содержатся уравнения , для прямых линий и конических сечений относительно перпендикулярных осей. В отличие от Декарта он рассматривает **и общие уравнения 2-го порядка** и сводит их сдвигом и поворотом осей к **каноническому виду**. **Пространственной координаты у Ферма еще не было, но он изучает пересечения поверхностей плоскостями.**

Ферма и Паскаль считаются основателями **теории вероятностей**. В 1654 году они установили ряд **основных положений теории вероятностей на примере азартных игр**.

Изучая перевод работ Диафанта, Ферма сформулировал на полях этой книги ряд утверждений по теории чисел, которые известны как **теоремы Ферма**. Ферма их не доказывал, вернее нет сведений об этом. **Великая Теорема Ферма**: x^n+y^n=z^n не имеет решений в целых числах при n>2. Доказательство для n=3 было получено лишь Эйлером. Сформулировав эту теорему, Ферма добавляет: **”Я нашел поистине удивительное доказательство этого предложения, но поля книги слишком узки, чтобы его изложить**”. Если Ферма и знал доказательство, то оно никогда не было опубликовано. Все попытки математиков доказать эту теорему оказывались неудачными. Умел решать задачи на отыскание экстремумов, построение касательных. В наших обозначениях он получил условие экстремума  и выражение для **подкасательной** .

Появились зачатки аналитической геометрии. Раз есть система координат, раз есть уравнения, Ферма показал, что **прямым соответствуют уравнения первой степени**, коническим сечениям — второй, причём приводил к каноническому виду.

В XVII веке многие крупные ученые проводили исследования, относящиеся к анализу бесконечно малых: Кеплер, Галилей, Кавальери, Торричелли, Паскаль, Валлис, Ферма, Декарт, Барроу. Они подготовили основу, на которой в конце века Ньютон и Лейбниц создали, независимо друг от друга дифференциальное и интегральное исчисление. **Смысл бесконечно малой еще не был ясен в то время. Под ней понимали неизменяющуюся величину, не равную нулю, но меньшую любой конечной величины (актуально бесконечно малая)**. К пониманию бесконечно малой как к переменной величине, которая в процессе своего изменения становится меньше любой конечной величины, математика придет значительно позже.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Кеплер** для вычисления объемов тел пользуется алгоритмом оперирования с бесконечно малыми, **следуя Архимеду**, однако не заботясь особенно о строгости доказательств, свойственной Архимеду. Он исходит из того, что **фигура или тело состоит из множества бесконечно малых частей**. Так, круг состоит из бесконечно большого числа бесконечно малых секторов, которые можно считать равнобедренными треугольниками. Треугольники имеют одинаковую высоту - радиус круга, а сумма их оснований составляет окружность. Точно также шар состоит из бесконечного множества пирамид с общей вершиной в центре. Метод суммирования бесконечно малых Кеплер распространил на тела вращения. Например, в случае тора он проводит меридиональные плоскости. Образующиеся ломтики он заменяет цилиндриками с общим основанием и средней высотой. Сумма их объемов составляет объем тора и равна объему цилиндра с высотой равной длине окружности, описываемой центром круга. В своем труде Кеплер вычислил объемы 87 новых тел вращения.

**Бонавентура Кавальери** (1598-1647), родом из знатной итальянской семьи, возглавлял кафедру математики в Болонском университете, будучи одновременно настоятелем монастыря. Большую известность получил его **метод неделимых**, разработанный в трудах “**Геометрия, изложенная новым способом неделимых непрерывного**” и ”**Шесть геометрических опытов**”, вышедших в свет соответственно в 1635 и 1647 годах. Согласно этому методу **фигуры состоят из параллельных отрезков прямых, а тела-из плоскостей**. Это и есть неделимые, их бесконечно много и они не имеют толщины. Кавальери понимал логические трудности, возникающие при составлении площади из прямых, не имеющих ширины, а объема - из плоскостей, лишенных толщины. Кавальери сущность метода формулирует так: **плоские фигуры (или тела) относятся как все неделимые, взятые вместе**. Эта формулировка очень туманна. По-видимому, все же неделимые находятся на равных расстояниях друг от друга и вместо отрезков берутся прямоугольники малой площади.

Наиболее отчетливо **понятие определенного интеграла** выявляется у французского ученого **Блеза Паскаля** (1623-1662). Он был известным математиком, физиком и философом. Последние годы жизни провел в монастыре, не бросая, однако, занятий наукой и философией. В работе “**Общий трактат о рулетте**”, посвященной исследованию **неалгебраической кривой циклоиды** (рулетты), Паскаль при вычислении площади использует зависимую и независимую переменные и суммирует значения функции, умноженные на приращения независимой переменной. В этой же работе появляется “**треугольник Паскаля”** - прообраз дифференциального треугольника (dx,dy,ds) Лейбница. Паскаль получил также значительные результаты в области проективной геометрии, теории вероятностей, теории чисел, алгебре. **Разработал метод математической индукции.** В 9 лет начал читать математическую литературу, отец испугался и запретил ему. В 12 тайком от отца он доказал, что сумма углов треугольника равна сумме двух углов прямоугольника, стал посещать математический кружок. В 16 лет он доказал **теорему из проективной геометрии** (о конических сечениях), распечатал и расклеил по улицам Парижа.

# **13. | Теория флюксий Ньютона**

Для удобства физических расчетов Ньютон разработал **теорию флюксий** – аналог современного **интегрирования и дифференцирования**. **Флюксией** Ньютон называл **производную**, а **флюэнтой** - **первообразную**. В методе флюксий изучаются переменные величины, вводимые как абстракции различных видов непрерывного механического движения. Называются они **флюентами**, т.е. **текущими**, от латинского fluente - течь. **Все флюенты являются зависимыми переменными**; они имеют общий аргумент - время. Точнее, речь идет о математическом абстрагированном аналоге времени - некой воображаемой абстрактной равномерной величины, к которой отнесены флюенты. **Флюксиями Ньютон называл скорости течения флюент**, т.е. **производные по времени**. Так как флюксия представляет собой переменную, то можно вводить флюксию от флюксии и т.д. Для вычисления мгновенных скоростей - флюксий потребовались **бесконечно малые изменения флюент**, названные Ньютоном **моментами** и обознаемые символом *O*. П**о существу момент флюенты - это ее дифференциал -- Oy (dy)**. В теории флюксий решаются две главные задачи, сформулированные как в механических так и в математических терминах:

1. Определение скорости движения в данный момент времени по заданному пути. Иначе: определение соотношения между флюксиями из заданного соотношения между флюентами.
2. По заданной скорости движения определить пройденный за данное время путь. В математических терминах: определить соотношение между флюентами по заданному соотношению между флюксиями.

Первая задача - задача дифференцирования, вторая - задача интегрирования. Стоит отметить, что Ньютон **не доказывал корректности своих математических вычислений – они были не строгими.**

# **14. | Научная биография Ньютона**

**Исаак Ньютон** (1642-1727) родился близ Кембриджа в семье землевладельца. Учился в Triniti-колледже и закончил бакалавром (в 1665). Во время эпидемии чумы покинул колледж и 3 года занимался наукой где-то у себя дома. За эти **3 года** достиг очень много. Учился в Кембриджском университете у Барроу. В 1669 год, всего лишь через год после получения Ньютоном звания магистра, Барроу передал ему свою кафедру. В университете Ньютон работал до 1696 года, после чего поступил на службу в ведомство монетного двора вначале в качестве инспектора, а затем директора. В 1672 году он избирается членом Лондонского королевского общества, а с 1703 года становится его президентом. Потом назначается на должность «смотритель монетного двора» (он привёл в порядок финансы Великобритании), становится почётным членом Парижской академии («каста неприкасаемых»). Получил почётное дворянское звание (для учёного это было редкостью) и поэтому был похоронен в Вестминстерском аббатстве.

Ньютон пользовался в научных кругах исключительным авторитетом как автор фундаментального научного труда “Математические принципы натуральной философии”, вышедшей в свет в 1687 году.

Ньютон получил **исключительной важности результаты в механике, физике, астрономии и математике**. Он сформулировал **три основные закона механики** (*показал, что из этого следуют законы Кеплера*), установил фундаментальный **закон всемирного тяготения**, который гласит: две материальные точки притягиваются с силой, пропорциональной произведению их масс и обратно пропорционально квадрату расстояния между ними. Строго математически из закона тяготения **вывел законы движения планет вокруг Солнца**, установленные Кеплером опытным путем. **Дал объяснение приливов**, заложил **основы теории движения Луны**, решил **задачу двух тел для сфер**. В физике он получил **основополагающие результаты о распространении световых волн**, исследовал **интерференцию и дифракцию**, открыл **дисперсию света и хроматическую аберрацию**. Сильно воевал с Гуком, ибо был приверженцем корпускулярной теории света, а Гук - волновой. Но длину световой волны замерил Ньютон. Сконструировал **телескоп**.

*Заложил основы интегрального и дифференциального исчисления.* **К интегральному и дифференциальному исчислению** Ньютон пришел при разработке математического аппарата механики, который учитывает движение и связанные с ним понятия скорости и ускорения. На Ньютона оказало влияние сочинение Валлиса “Арифметика бесконечных”. Изучая его, Ньютон **обобщил понятие бинома и пришел к биномическому ряду**, который расширил область применимости его теории дифференцирования.

Постепенно сформировалась самостоятельная математическая дисциплина - теория обыкновенных дифференциальных уравнений. Ньютон находил решение отдельных дифференциальных уравнений, как правило, с помощью бесконечных рядов. Задачу нахождения первообразной Ньютон трактует геометрически как задачу квадратуры кривой.

**Теорема Ньютона-Лейбница** Если непрерывна на отрезке  и — ее любая первообразная на этом отрезке, то имеет место равенство 

Используя это утверждение, Ньютон решает задачу определения кривой, площадь которой задается с помощью конечного уравнения. Он исходит из некоторого уравнения между x и z, находит уравнение между x и и отсюда определяет кривую. Он формулирует и решает с помощью подстановок и более сложную задачу определения кривой, площадь которой связана с площадью некоторой данной кривой конечным уравнением. С помощью таких приемов Ньютон получил большое число квадратур. Ньютон пытался обосновать теорию флюксий. В своем **основном труде – 1867 – “Математические начала натуральной философии”** он строит своеобразную теорию пределов, которая называется “Метод первых и последних отношений”. Пользоваться этой теорией было трудно; Ньютон, по видимому, не был ей удовлетворен. По крайней мере, в “Началах” нет никаких упоминаний о теории флюксий, хотя по утверждению самого Ньютона **многие результаты, вошедшие в эту книгу, получены с помощью метода флюксий**. Создавая теорию первых и последних отношений, Ньютон подошел к современному пониманию бесконечно малой. Он пишет: “Если в последующем для простоты речи я буду говорить о величинах весьма малых или исчезающих или зарождающихся, то не следует под этим разуметь количеств определенной величины, но надо их рассматривать как уменьшающиеся беспредельно”.

Одновременно с Лейбницем получил связь дифференцирования и интегрирования. Они дружили.

Лишь в 1671 - "Метод флюксий и бесконечные ряды"

**Математический аппарат у него - не цель, а средство.** Т.е. он прикладник.

# **15. | Научная биография Лейбница**

**Готфрид Вильгельм Лейбниц** (1646-1716) родился в Лейпциге в семье профессора университета. Учился в Лейпцигском и Йенском университетах. Многие годы находился на службе при дворе ганноверских герцогов. По делам службы посетил ряд европейских стран, где встречался с видными учеными. Был членом Лондонского королевского общества и Парижской академии наук. Основал Берлинскую академию и научный журнал в Лейпциге. Оказал влияние на развитие науки в России. Лейбниц был видным дипломатом, политиком, философом и ученым в области физики, права, литературы и языкознания и, конечно, крупнейшим математиком. Думал, что на основе математики можно составить всеобщий метод познания мира. В 18 лет написал магистерскую диссертацию, но ему не дали степень. В 20 получил докторскую степень по праву. Говорил, что надо направить ученых мужей в Россию, составлял по этому поводу разные планы. Получил даже звание тайного советника от Петра I. Одну из своих ВМ отправлял в Россию, но она не дошла. Петр I тепло к нему относился и ценил его заслуги. В 1673 был принят в Лондонское королевское общество. В 1700 – член Парижской академии наук.

Идеи дифференциального исчисления изложены в маленькой журнальной заметке 1684 года “*Новый метод для максимумов и минимумов, а также для касательных, для которого не являются препятствием дробные и иррациональные количества, и особый вид исчисления для этого*”. Он мыслил в терминах **характеристического треугольника (dx, dy, ds)**, ранее встречавшегося в работах Паскаля и Барроу. Дифференциал аргумента **dx** Лейбниц понимает как бесконечно малую разность. Дифференциал функции dy определяется из соотношения:

, где -- подкасательная. В статье даны правила дифференцирования суммы, произведения, частного, степени. Получено условие dy=0 для экстремальных значений функции и d2y=0 для точек перегиба. Через два года вышла статья Лейбница “О глубокой геометрии”, в которой были даны правила интегрирования. Следуя Паскалю и Кавальери, он представлял интеграл как сумму “всех” ординат, которых бесконечно много. Он вводит для интеграла современный символ . Для трансцендентных функций использует ряды. Получает формулу многократного дифференцирования произведения функций, которая носит его имя. Символика и термины Лейбница оказались хорошо продуманными, удобными, и многие из них дошли до наших дней. **Лейбниц ввел термины**: дифференциал, дифференциальное и интегральное исчисление, дифференциальное уравнение, функция, координаты, переменная, постоянная и др.

С появлением двух статей Лейбница о дифференцировании и интегрировании начался исключительно плодотворный период для математики. Начиная с 1687 года с Лейбницем стали активно сотрудничать братья Якоб и Иоганн Бернулли. До конца века они втроем разработали значительную часть современного интегрального и дифференциального исчисления. Получил разложение в бесконечный ряд для числа Пи. Установил связь между дифференцированием и интегрированием – не доказывал, но предполагал. Сформулировал некоторые правила дифференцирования. Дал приемы дифференцирования рациональных дробей. **Правило Крамера придумал Лейбниц,** так же как и понятие определителя тоже ввёл Лейбниц.

Когда Лейбницу было 24 года, он задумал усовершенствовать машину Паскаля. Основным недостатком машины была реализация умножения как последовательного сложения. Приходилось многократно вручную устанавливать второе слагаемое. В машине **Лейбница умножение было автоматизировано, с помощью ступенчатого валика;** сходный принцип применялся в XIX-XX вв. в арифмометрах. Строительство машины было начато в 1676 году, и после нескольких усовершенствований, завершено в 1694 году. Машины были сложными и дорогими, основной проблемой массового создания были техники, которые не справлялись с созданием точных деталей. Всего было выпущено более 1000 таких машин.

# **16. | Научная биография Эйлера**

**Леонард Эйлер** (1707-1783) родился в Базеле, в семье пастора. В 16 лет стал магистром. Проявлял выдающиеся способности. В школе ему было делать нечего, бегал на лекции в университет. С ним занимался персонально Иоганн Бернулли. Занимался медициной, физиологией, кораблестроением, физикой, математикой, когда ему было порядка 17-18 лет. В 18 послал труд о расположении мачты на корабле в Парижскую академию наук, хотел на кафедру физики. Его не взяли из-за возраста - 18 лет. Пришел только положительный отзыв. В 1727 году его пригласили в Россию братья Бернулли, и он приехал на кафедру физиологии в тот день, когда скончалась Екатерина I. Прекратилось субсидирование академии наук, отношение к преподавателям испортилось. Эйлер подумывал о возвращении в Европу моряком на флот. Но к счастью, один из профессоров-физиков уехал, и его место занял Эйлер. Позже, стал заведовать кафедрой математики в 23 года. Он прожил в России с 1727 по 1741 и с 1766 по 1783 до своей смерти.

Каждую математическую проблему получал из практической задачи. Лаплас: “Читайте Эйлера, учителя всех нас”. В 1736 лишился зрения на один глаз от невероятного утомления (на самом деле от катаракты). Имел много русских учеников. Переписывался с Ломоносовым, когда уехал в Германию. После кончины Анны, при регентстве, дела стали совсем плохо и он уехал в Берлин. Возглавил в Академии наук кафедру математики. Но с русскими отношения не порвал, все результаты работ отправлял в Россию, в тоже время получал инструменты и зарплату из России. В 1766 возвращается в Петербург, здоровье ухудшилось и он потерял зрение на второй глаз. Но все равно сотнями публиковал статьи. Он диктовал статьи сыну, тоже будущему академику Эйлеру. После смерти Эйлера было академиков десятка полтора, которые дорабатывали идеи Эйлера, которыми тот фонтанировал. За свою жизнь опубликовал 889 работ. Тогда соавторства не было. Помимо этого написал более 3000 писем математического содержания. Причем похожих статей он не делал. При жизни – имел порядка 40 томов своих изданий. 72 тома издано, и то это еще не до конца. После смерти Эйлера - на долгое время математика в России заглохла. Эйлера ругают, что у того много неточностей и мало формализма. Однако в своих работах он почти никогда не ошибался.

Эйлер имел работы в таких областях как математика, механика, астрономия, медицина, морское дело, баллистика, артиллерия, финансовое дело, музыка, горное дело, теория музыки, картография, страховое дело.

Под словом “**функция**” Эйлер понимал, как **понятие, с которым можно было бы оперировать**. В то время, как Декарт функцию понимал, как “соответствие”.

Эйлер начал искать **численные методы** решения дифференциальных уравнений, даже первого порядка. Эйлер исследовал бета и альфа функции.

Эйлер ввёл **понятие двойного интеграла** и записывал определенный интеграл похожим на наш образом. Ввел понятие обыкновенных дифференциальных уравнений.

Предложил классический **метод решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами** – с помощью подстановки Эйлера (y = e^(kx), где k – корень характеристического уравнения). А если ещё и кратные корни, то тогда и x^2\*e^(kx)

Эйлер исследовал **уравнения Риккати** (что при 2-х частных решениях, решение можно свести к квадратурам). Эйлер решил навести порядок в теории дифференциальных уравнений и в книгах обобщил всё, что известно в науке к тому моменту, когда он о них писал. Кстати большинство известных методов, были открыты им самими.

Эйлер понимал, что иногда даже простые диффуры может быть невозможно решить аналитически. Поэтому предложил «**метод ломаных Эйлера**» - когда решение в каждой следующей точке находится через решение в предыдущей точке. Сейчас этот метод используется для доказательства существования и единственности решения диффуры.

Решал не только линейные, но и **нелинейные уравнения**, также показал, что нелинейное уравнение может быть сведено к уравнению линейному, хоть и большего порядка.

Эйлер по существу открыл науку “**вариационного исчисления**”. Первым дал метод решения вариационных задач – «общее решение изопараметрической задачи, поставленной в самом широком смысле».

**Дифференциальная геометрия**: геодезические линии, о выпуклых многогранниках (если имеется выпуклый многогранник и в непрерывном перемещении из него можно сделать выпуклый, то если сложить количество граней, ребёр и вершин, то рёбра + грани – вершины = 2).

Эйлер придумывал **формулы для нахождения простых чисел**:

x^2 + x + 41 – от нуля до 40 будут получаться только простые числа

x^2 – 79x + 1601 – от нуля до 78 – всегда будут получаться только простые числа

И доказал, что такой общей формулы быть не может. Эйлер ввёл не только прямоугольные, но и косоугольные координаты. Классифицировал кривые по порядку уравнений, описывающих эти кривые. Считал суммы рядов и придумывал формулы по улучшению сходимости рядов. Эйлер открыл ряд новых видов рядов (ряды Фурье). Ряды Фурье называются в честь Фурье, потому что он активно использовал их в исследовании уравнений теплопроводности. Схожая ситуация с правилом Лопиталя, которое придумал Бернулли и условиями Коши-Римана, придуманными Эйлером-Даламбером. Когда Эйлер выводил формулу Эйлера для комплексных чисел, он использовал формулу Муавра.

1783 г. Леонард Эйлер умер в Петербурге. Англичанин Кандорце сказал, что «Леонард Эйлер кончил вычислять и умер» (т.к. Эйлер умер за рабочим столом).

# **17. | Научная биография Бэббиджа**

**Чарльз Бэббидж** родился в семье банкира Бенджамина Бэббиджа, 26 декабря 1791 года. В связи со слабым здоровьем, Чарльз не посещал школы, однако был любознательным ребёнком. Получая новую игрушку, он неизменно старался понять её внутреннее устройство, нередко разбирая и разламывая.

К одиннадцати годам родители отправляют Чарльза в частную школу и помещают под опеку священника, содержащего школу в городке Алфингтон в Девоншире. Бенджамин Бэббидж попросил священника не давать сыну сильных учебных нагрузок, дабы не подорвать его слабое здоровье.

По окончанию этой школы у Чарльза начинается настоящее обучение — его отправляют в академию в Энфилде, где он знакомится с учебником, определившим увлечение всей его дальнейшей жизни. Это было «Руководство Уорда для юных математиков». Он настолько увлёкся алгеброй, что поступив в Кэмбридж с удивлением обнаружил что знает о ней куда больше, чем его репетитор.

В 1811 году Чарльз становится студентом Тринити Колледжа — самого знаменитого колледжа Кембриджа. На тот момент из дверей этого учебного заведения уже вышли такие знаменитые личности как Исаак Барроу и его ученик Исаак Ньютон. Бэббидж очень быстро обогнал своих преподавателей по знаниям и был сильно разочарован уровнем преподавания математики в Кембридже. Более того он заметил, что Британия в целом заметно отстала от континентальных стран по уровню математической подготовки.

В связи с этим, он решил создать общество, целью которого являлось внесение современной европейской математики в Кембриджский университет. В 1812 году Чарльз Бэббидж, его друзья, Джон Гершель (John Herschel) и Джордж Пикок (George Peacock) и ещё несколько молодых математиков основали «**Аналитическое общество**». В 1816 году они опубликовали переведенный ими на английский язык «**Трактат по дифференциальному и интегральному исчислению**» французского математика Лакруа, а в 1820 году опубликовали два тома примеров, дополняющих этот трактат. Аналитическое общество своей активностью инициировало реформу математического образования вначале в Кембридже, а затем и в других университетах Британии.

В 1812 году Бэббидж перешёл в колледж Св. Петра, т.к. хотел быть первым студентом, а в Кембридже это ему не удавалось. В 1814 году он получил степень бакалавра. В том же году Чарльз Бэббидж женился на Джорджии Витмур, и в 1815 году они переехали из Кембриджа в Лондон. За тринадцать лет брака у них было восемь детей, но пятеро из них умерли в детстве. В 1816 году он стал членом Королевского Общества Лондона. К тому времени он написал несколько больших научных статей в разных математических дисциплинах.

В 1820 году он стал членом Королевского Общества Эдинбурга и Королевского Астрономического Общества. В 1827 году он похоронил отца, жену и двоих детей. В 1827 году он стал профессором математических наук в Кембридже, и занимал этот пост в течении 12 лет. После того, как он покинул этот пост, он большую часть своего времени посвятил делу его жизни - разработке вычислительных машин. Последние годы жизни Бэббидж посвятил философии и политической экономии. Чарльз Бэббидж умер в возрасте 79 лет 18 октября 1871 года.

**Основными результатами инженерной и социальной деятельности** Чарльза Беббиджа являются: спидометр и тахометр, поперечно-строгальный и токарно-револьверный станки, реформа почтовой системы Англии (единый почтовый сбор), работы в области страхования, офтальмоскоп, сейсмограф, устройство для наведения артиллерийского орудия.

**Основными научными результатами**: работы в теории функционального анализа, шифровании, проверка формул для простых чисел и др. Главными достижениями Чарльза Беббиджа являются идеи создания разностной и аналитической машины.

# **18. | Разностная машина Бэббиджа**

В конце 18го века был предложен оригинальный способ организации вычислительного труда, повышающий надежность вычислений. Его автором был математик Гаспар Клэр Франсуа маркиз де Прони.

Вычисления были организованы по «**конвейерной системе**» состоящей из трёх групп. Первая, наиболее малочисленная, наиболее квалифицированная состояла из 5-6 математиков. Она занималось выбором формул и составлением схем расчётов. Вторая из 7-8 математиков по выбранным формулам определяла значения функций с шагом 5-6 интервалов. Третья же, наиболее многочисленная, состояла из девяноста вычислителей низкой квалификации, которые занимались уплотнением таблицы, заполняя интервалы, вычисленные на предыдущем этапе. Две группы вычислителей работали параллельно, сверяя свои результаты.

Бэббидж заинтересовался данной схемой и у него родилась идея **заменить последний этап ручных вычислений, механической машиной**, которая позволяла бы автоматизировать, как он писал «самые примитивные действия человеческого интеллекта».

Машины, способные производить простые операции сложения, вычитания и даже умножения к тому времени создавались уже не первый век различными математиками и механиками, хотя большого распространения на тот момент не получили. Бэббидж же задумал не просто «механические счёты». У него родилась **идея специализированного вычислительного устройства**, заточенного под создание таблиц, позволяющего вычислять их быстро, эффективно, требовавших невысокой квалификации персонала, а также (что немаловажно) позволяющих **фиксировать результаты** проведенных вычислений на бумаге.

Идея разностной машины посетила Чарльза Бэббиджа в 1812 г. **Машина предназначалась для вычисления значений полиномов в точках**, а также функций, которые могли быть приближены полиномами. Основная математическая идея заключается в следующем:

Предположим необходимо рассчитать значения функции f(x) = N3. Нетрудно составить следующую таблицу:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Аргумент | Значение | Разность1 | Разность2 | Разность3 |
| 1 | 1 | 7 | 12 | 6 |
| 2 | 8 | 19 | 18 | 6 |
| 3 | 27 | 37 | 24 |  |
| 4 | 64 | 61 |  |  |
| 5 | 125 |  |  |  |

Нетрудно заметить, что третьи разницы у нас полностью совпали. И это неспроста — если функция является многочленом n-ой степени, то в таблице с постоянным шагом (в нашем примере шаг равен единице) её n-е разности постоянны. Чтобы найти последующие значения функции, необходимо сложить все разности до третьей с текущим значением функции.

**Бэббидж предполагал вычислять функции с постоянными шестыми разностями.** Для этого машина должна была иметь семь регистров — по регистру для каждой разности и один для результата, и результат должен был получиться в результате семи сложений.

Каждый регистр представлял собой набор из восемнадцати десятичных счетных колёс, аналогичных колёсам машины Паскаля. Вычисление происходило в два этапа — первый этап -- сложение без учёта переноса, второй этап — сложение с переносом от младшего разряда к старшему (последовательный перенос). Такая схема переноса требует последовательного сложения всех разрядов с учётом переноса, который мог возникнуть на предыдущей ячейке.

Для табулирования логарифмической, тригонометрической и прочих функций, таблицу предполагалось разбивать на участки, каждый из которых приближался своим многочленом. Переходя от одного участка к другому, оператор должен был вручную изменить значения разностей. Машина была снабжена звонком, который звонил после выполнения определённого числа шагов. Также разностная машина была снабжена **печатающим механизмом, который запечатлевал результат на медной пластине.** Такую пластину можно было использовать для неограниченного числа оттисков, при этом исключалась возможность внесения ошибки наборщиком.

Бэббидж начинает всячески популяризировать идею вычисления таблиц с помощью машин. В 1823-м году он получает финансирование от правительства в размере 1500 фунтов и начинает работу над машиной, которая смогла бы табулировать функции с постоянными шестыми разностями с точностью до двадцатого знака. Однако к 1828-му году выделенные средства полностью исчезают, также как и средства, выделенные из собственных доходов. В дальнейшем финансирование и постройка машины продолжаются с переменным успехом, однако к началу 1833 года удаётся закончить и испытать часть машины, которая может табулировать с точностью до пятого знака многочлены с постоянными вторыми разностями. Однако, из-за значительных экономических трудностей Беббидж оказался не в состоянии продолжить работу над машиной.

В 1834 году выходит статья доктора Дионисия Ларднера «Вычислительная машина Бэббиджа», в которой весьма подробно описывается принцип и устройство машины. Эта статья побудила двух шведов — Георга и Эдварда Шютца (отца и сына) к созданию своей собственной машины. К 1854 году Шведы успешно заканчивают её создание. Демонстрация машины состоялась на всемирной выставке в Париже 1855 году, и Бэббидж всячески приветствовал эту демонстрацию. Его сын Генри подготовил плакаты, поясняющие работу машины. Сам Беббидж так и не смог довести свое детище до конца.

# **19. | Аналитическая машина Бэббиджа**

**Разностная машина Беббиджа** была мощным вычислительным средством 19-го века, однако для вычисления функций типа логарифма, тригонометрических функций и прочих, их необходимо было разбить на участки, каждый из которых представлялся своим многочленом, и только потом можно было произвести расчет значений функции для данного участка. Переходя от одного многочлена к другому, оператор машины должен был вручную ввести все исходные значения регистров. К тому же **машина позволяла производить только операцию сложения**, что было не много даже по меркам 19го века.

Раздумывая над этой проблемой, Бэббидж пришёл к выводу, что можно построить такую машину, которая бы сама меняла значения исходных регистров в зависимости от значения результата. То есть сама бы могла управлять процессом вычислений. В дальнейшем, развивая эту идею, Бэббидж пришёл к мысли не просто сделать машину, которая бы табулировала функцию полностью автоматически, а создать машину которая бы позволяла решать весь класс вычислительных задач. Для этого алгоритм такой машины должен быть не жёстко зашит в её конструкцию, а задаваться извне, а сама машины должна уметь выполнять **все арифметические операции, а также управлять ходом выполнения вычислений. Новую вычислительную машину** Бэббидж назвал **Аналитической**.

**Основными частями** Аналитической машины являлись:

1. «склад» — устройство для хранения чисел, то есть память в современной терминологии;
2. «мельница» — устройства для выполнения арифметических действий (Арифметическое устройство);
3. устройство, управляющее операциями машины;
4. устройства ввода и вывода;

Как и в разностной машине, регистры, хранящие числа, представляли собой зубчатые колёса. Знак числа задавался отдельным зубчатым колесом. Если данное колесо отображало чётное число, то это интерпретировалось как положительный знак, иначе как отрицательный.

Операции умножения и деления предполагалось реализовать как последовательные сложения или вычитания.

Для ввода данных в память и управлением работой машины, Бэббидж задумал использовать **перфокарты**. Аналитическая машина использовала два механизма с перфокартами — один механизм задавал операции, которые должна была выполнять мельница, второй же управлял переносом данных между «мельницей» и «складом».

Устройства вывода позволяли выводить на печать в результат вычислений машины в одной или двух копиях, **воспроизводить в виде стереотипного отпечатка или пробивать результат на перфокартах.**

Работая над аналитической машиной, Бэббидж сделал более 200 чертежей её различных узлов и около 30 вариантов компоновки машины. Однако размер замысла, и сложный характер изобретателя отсрочили рождение его изобретений более чем на 100 лет.

После смерти Чарльза Бэббиджа, его сын, Генри, занялся аналитической машиной, решив сосредоточиться на двух узлах — «мельнице» и печатающем устройстве. В 1888-м году были готовы данные узла машины, которые смогли вычислить и напечатать произведение на числа натурального ряда с 29 знаками. При вычислении 32-го члена машина выдала неверный результат из-за сбоя в механизме переноса. Всю оставшуюся жизнь Генри продолжал работу над аналитической машиной отца, а также занимался популяризацией идей вычислительных машин.

# **20. | Научная биография Ады Лавлайс**

**Августа Ада Лавлейс** родилась 10 декабря 1815 года. Она была единственной дочерью великого английского поэта Джорджа Гордона Байрона (1788 — 1824) и Аннабеллы Байрон, урождённой Милбэнк (1792 — 1860). «Она незаурядная женщина, поэтесса, математик, философ», — писал Байрон о своей будущей жене в 1813 году.

Ада получила прекрасное воспитание. Важное место в нём занимало изучение математики – в немалой степени под влиянием матери. Её учителем был известный английский математик и логик Август де Морган. К 1834 году относится ее первое знакомство с выдающимся математиком и изобретателем Чарльзом Бэбиджем, создателем первой цифровой вычислительной машины с программным управлением, названной им „аналитической“. Бэббидж, который был знаком с леди Байрон, поддерживал увлечение юной Ады математикой. Бэббидж постоянно следил за научными занятиями Ады, он подбирал и посылал ей статьи и книги, в первую очередь по математическим вопросам. Занятия Ады поощряли друзья её семьи – Август де Морган и его жена, супруги Соммервил и другие. Семейная жизнь Ады сложилась счастливо, после рождения 3-х детей она не оставила математики и всегда поддерживала связь с Беббиджем.

В октябре 1842 года была опубликована **статья Менабреа**, и Ада занялась её переводом. План и структуру примечаний они вырабатывали совместно. Закончив очередное примечание, Ада отсылала его Бэббиджу, который редактировал его, делал различные замечания и отсылал. Работа была передана в типографию 6 июля 1843 года.

Центральным моментом работы Лавлейс было **составление программы вычисления чисел Бернулли**. В комментариях Лавлейс были приведены три первые в мире вычислительные программы, составленные ею для аналитической машины Бэббиджа. Самая простая из них и наиболее подробно описанная — **программа решения системы двух линейных алгебраических уравнений** с двумя неизвестными. При разборе этой программы было впервые введено понятие рабочих ячеек **(рабочих переменных)** и использована идея последовательного изменения их содержания. От этой идеи остается один шаг до оператора присвоения — одной из основополагающих операций всех языков программирования, включая машинные. Вторая программа была составлена для вычисления **значений тригонометрической функции** с многократным повторением заданной последовательности вычислительных операций; для этой процедуры Лавлейс ввела **понятие цикла** — одной из фундаментальных конструкций структурного программирования. В третьей программе, предназначенной для вычисления чисел Бернулли, были уже использованы **рекуррентные вложенные циклы**. В своих комментариях Лавлейс высказала также великолепную догадку о том, что вычислительные операции могут выполняться не только с числами, но и с другими объектами, без чего вычислительные машины так бы и остались всего лишь мощными быстродействующими калькуляторами.

# **21. Лобачевский и неевклидова геометрия**

**Николай Иванович Лобачевский** (1792 – 1856 год). Родился в Нижнем Новгороде, учился в Казанской гимназии, а затем в Казанском университете.

Когда на науку поставили Сперанского – составили закон, что нельзя получить повышение по чину, если не получил определённого образования и не сдал экзамена на чин. И так уж получилось, что Лобачевский начал свою карьеру с того, что обучал детей на сдачу экзамена на чин.

Ему повезло, т.к. в университете как раз появились хорошие зарубежные специалисты, среди которых был и Бартельс, являвшийся прекрасным преподавателем и имевший личное знакомство с Гауссом.

В 1816 году стал профессором, а позже и деканом физ-мата а позже **ректором** (после Магницкого) Казанского университета. №ы пытались выгнать - но он был очень хорош, сам отвечал за архитектуру и считал, что не всякому дано заниматься наукой. Круг его обязанностей был обширен — чтение лекций по математике, астрономии и физике, комплектация и приведение в порядок библиотеки и музея и т. д. В списке служебных обязанностей даже «наблюдение за благонадёжностью» всех учащихся Казани.

3 августа 1811 г. Лобачевский получил степень **магистра**. Позднее, под руководством Бартельса, Лобачевский изучил классические труды по математики и механике: "Теорию чисел" Гаусса и первые томы "Небесной механики" Лапласа. Представив два научных исследования по механике и по алгебре, он был ранее срока в 1814 г. произведен в **адъюнкт-профессоры** (доценты). Спустя 2 года — получил звание **экстраординарного профессора**, и в 1822 году — **ординарного**.

**Геометрия Лобачевского (гиперболическая геометрия)** — одна из неевклидовых геометрий, геометрическая теория, основанная на тех же основных посылках, что и обычная евклидова геометрия, за исключением пятого постулата Евклида о параллельных, которая заменяется на аксиому о параллельных Лобачевского. Ранее предпринимались многочисленные попытки доказать пятый постулат на основе первых 4-ех, но они ни к чему не привели.

**Пятый постулат Евклида о параллельных гласит:** через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, лежащая с данной прямой в одной плоскости и не пересекающая её.

**В геометрии Лобачевского, вместо неё принимается следующий постулат: через точку, не лежащую на данной прямой, проходят по крайней мере две прямые, лежащие с данной прямой в одной плоскости и не пересекающие её.**

В 1826 году, Лобачевский делает доклад на тему «Изложение начал геометрии с точным доказательством теоремы о параллельных». Затем, Лобачевский в работе «О началах геометрии» (1829), первой его печатной работе по неевклидовой геометрии, ясно заявил, что V постулат не может быть доказан на основе других посылок евклидовой геометрии, и что допущение постулата, противоположного постулату Евклида, позволяет построить геометрию столь же содержательную, как и евклидова, и свободную от противоречий.

Одновременно и независимо к аналогичным выводам пришёл Янош Бойяи, а Карл Фридрих Гаусс пришёл к таким выводам ещё раньше. Однако труды Бойяи не привлекли внимания, и он вскоре оставил эту тему, а Гаусс вообще воздерживался от публикаций, и о его взглядах можно судить лишь по нескольким письмам и дневниковым записям. В итоге Лобачевский выступил как первый наиболее яркий и последовательный пропагандист этой теории.

Лобачевский строил свою геометрию, отправляясь от основных геометрических понятий и своей аксиомы, и доказывал теоремы геометрическим методом, подобно тому, как это делается в геометрии Евклида. Основой служила теория параллельных линий, так как именно здесь начинается отличие геометрии Лобачевского от геометрии Евклида. Все теоремы, не зависящие от аксиомы о параллельных, общи обеим геометриям и образуют так называемую **абсолютную геометрию**, к которой относятся, например, теоремы о равенстве треугольников. Вслед за теорией параллельных строились другие разделы, включая тригонометрию и начала аналитической и дифференциальной геометрии.

Если в геометрии Лобачевского возникало противоречие, то такое же было и в обычной геометрии, т.е. геометрия Лобачевского **не была противоречивее, чем обычная геометрия**. Тогда Риман сказал, что пусть ни одной параллельной прямой провести нельзя, и оказалось, что эта геометрия тоже имеет право на существование и она является не более противоречивой, чем обычная геометрия.

Лобачевская честно сказал, что он не нашёл объектов, в евклидовом пространстве, где работала бы геометрия Лобачевского (но такие примеры нашли после его смерти, например, «трактриса»). К сожалению, трактриса имеет кривизну – 1/a\*a – т.е. кривизна постоянная (как у сферы), но отрицательная (поэтому называется «псевдосфера»), но она не повсюду регулярная.  
Только в 1901 году, Гильберт доказал, что поверхности типа Бельтрами (т.е. поверхности с постоянной кривизной) – не могут быть всюду регулярными (т.е. обязательно имеют некоторую особенность)  
  
Хотя геометрия Лобачевского развивалась как умозрительная теория и сам Лобачевский назвал её «воображаемой геометрией», тем не менее именно Лобачевский рассматривал её не как игру ума, а как возможную теорию пространственных отношений. Однако доказательство её непротиворечивости было дано позже, когда были указаны её интерпретации и тем полностью решён вопрос о её реальном смысле, логической непротиворечивости.

Лобачевский исходил из того, что математика должна служить практике, поэтому стремился на практике найти подтверждения своей теории. Проверял на измерении углов между удаленными звездами. Результаты укладывались в погрешности вычислений. В общем не получилось проиллюстрировать, на чем работает его геометрия. Но тем не менее свои факты активно использовал. В своем пространстве нашел значения 200 трудных интегралов.

Результаты Лобачевского много где использовались. Фридман смог решить уравнения Эйнштейна, из которых следовало, что вселенная расширяется. А Хаббл обнаружил разбегания туманностей (т.е. практическое доказательство теоретического результата Фридмана). В атомной физике при изучении столкновения элементарных частиц, тоже используется геометрия пространства Лобачевского.

Клиффорд назвал Лобачевского Коперником в геометрии, но Лобачевский **также занимался рядами** (вычислил достаточно большое количество рядов), также занимался **вычислением интегралов** (вычислил очень много трудных интегралов, в частности с помощью метрики своей геометрии), **предложил новый численный метод решения алгебраических уравнений: решение алгебраического уравнения методом Лобачевского** (берём уравнение – корни различны, некратны и есть, после этого f1 – уравнения для квадратов уравнений, f2 – уравнение для квадратов корней f1, … суть в том, что с итерациями корни всё больше и больше разделяются, после этого есть схема по нахождению корней) (также был вариант схемы для кратных корней или комплексных, но его схема в этом случае очень сложна)

Лобачевский **давал широкое понятие функции** *«функция – это общее понятие, требует, чтобы функцией от x называть число, которое даётся каждому x и вместе с ним постоянно изменяется. Дано или аналитическое выражение, или условие, которому подаётся средство испытывать числа и выбирать из 2-х одно, или может существовать и оставаться неизвестным»***.** Эйлер говорил что это аналитическое выражение и все тут. Рассматривал только разлагающиеся в степенной ряд, хотя у него почти все в итоге разлагались. А у Лобачевского представления менее практичные, у него функция это соответствие. Есть зависимость, хотя она может быть неизвестной. Признак сходимости рядов Лобачевского. Вычислил множество трудных интегралов, дал численный метод решения алгебраических уравнений: вместо уравнения f(x) = 0, f1(x) = 0, корни которого – корни первого и т.д.

Лобачевский первым объявил, что **непрерывные и дифференцируемые функции** нужно отличать. Дифференцируемые функции Лобачевский называл непрерывными, а непрерывные – постепенными.

**ПОДРОБНЕЕ О ГЕОМЕТРИИ**

Через точку *P*, не лежащую на данной прямой *R*, проходит бесконечно много прямых, не пересекающих *R* и находящихся с ней в одной плоскости; среди них есть две крайние *x*, *y*, которые и называются параллельными прямой *R* в смысле Лобачевского. В моделях Клейна (Пуанкаре) они изображаются хордами (дугами окружностей), имеющими с хордой (дугой) *R* общий конец (который по определению модели исключается, так что эти прямые не имеют общих точек).

Угол θ между перпендикуляром *PB* из *P* на *R* и каждой из параллельных (называемый *углом параллельности*) по мере удаления точки *P* от прямой убывает от 90° до 0° (в модели Пуанкаре углы в обычном смысле совпадают с углами в смысле Лобачевского, и потому на ней этот факт можно видеть непосредственно). Параллель *x* с одной стороны (а *y* с противоположной) асимптотически приближается к *а*, а с другой — бесконечно от неё удаляется (в моделях расстояния определяются сложно, и потому этот факт непосредственно не виден).

Если прямые имеют общий перпендикуляр, то они бесконечно расходятся в обе стороны от него. К любой из них можно восстановить перпендикуляры, которые не достигают другой прямой.

В геометрии Лобачевского не существует подобных, но неравных треугольников; треугольники равны, если их углы равны.

Сумма углов всякого треугольника меньше π и может быть сколь угодно близкой к нулю. Это непосредственно видно на модели Пуанкаре. Разность δ = π − (α + β + γ), где α, β, γ — углы треугольника, пропорциональна его площади: Из формулы видно, что существует максимальная площадь треугольника, и это конечное число: π*q*2.

Предел сфер бесконечно увеличивающегося радиуса не есть плоскость, а особая поверхность — предельная сфера, или [орисфера](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D1%80%D0%B8%D1%81%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B0); замечательно, что на ней имеет место евклидова геометрия. Это служило Лобачевскому основой для вывода формул тригонометрии.

Длина окружности не пропорциональна радиусу, а растёт быстрее. В частности, в геометрии Лобачевского число π не может быть определено как отношение длины окружности к её диаметру.

Чем меньше область в пространстве или на плоскости Лобачевского, тем меньше геометрические соотношения в этой области отличаются от соотношений евклидовой геометрии. Можно сказать, что в бесконечно малой области имеет место евклидова геометрия. Например, чем меньше треугольник, тем меньше сумма его углов отличается от π; чем меньше окружность, тем меньше отношение её длины к радиусу отличается от 2π, и т. п. Уменьшение области формально равносильно увеличению единицы длины, поэтому при безграничном увеличении единицы длины формулы геометрии Лобачевского переходят в формулы евклидовой геометрии. Евклидова геометрия есть в этом смысле «предельный» случай геометрии Лобачевского.

# **22. | Петербургская математическая школа (М.В.Остроградский, В.Я.Буняковский)**

К середине XIX века петербургскими математиками были получены значительные результаты. В первой половине столетия математическая деятельность концентрировалась вокруг М.В.Остроградского, В.Я.Буняковского и их учеников, которые тяготели к математической физике.

**Михаил Васильевич Остроградский** (1801 - 1861) родился на Украине в помещичьей семье. Учился в гимназии для бедных, учился очень неважно. Хотел быть гвардейским офицером, всю жизнь мечтал о военной карьере. Но его отговорили и он поступил, нехотя, в университет Харькова. Полтора года проучился ни шатко, ни валко. Потом поселился в квартире у одного математика - Павловского, и тот заинтересовал его математическими проблемами. И он до конца второго года прошел полный курс университета. Фантастически сдал экзамен. Ректор университета Осиповский предложил его не только дипломировать, но и присвоить степень кандидата наук. Однако ему не дали даже диплома за отказ посещать лекции по богословию. Остроградский обиделся и уехал в Париж получать образование, в период 1822 - 1828 годов. Он слушал лекции многих видных ученых Франции: Фурье, Пуассона, Коши, Лапласа и др. Знакомство с их работами определило научные **интересы Остроградского - математическая физика и вообще проблемы естествознания.** Быстро написал работу по вычислениям интегралов, она привлекла внимание Коши. В 1825 году писал о движении жидкости на поверхности цилиндра. Еще раз заслужил одобрение Коши.

Когда Остроградский вернулся в Россию, он уже был известен в научных кругах, его повышают до адъютанта. В 1830 году он избирается в Академию наук (не имея диплома о высшем образовании). Быстро стал членом римской, парижской и американской академии наук. Большинство работ он писал на французском. Лишь в 1959 году первая работа на русском.

Вообще, занимался прикладными проблемами – артиллерия, баллистика… Он разрабатывает **математические вопросы в различных областях естествознания: теории тепла, распространении волн, колебании упругих сред, теории неупругого удара**. Значительными достижениями были **обобщение вариационного принципа наименьшего действия Гамильтона для материальных систем (принцип Остроградского - Гамильтона)**, а также установление **необходимых условий экстремума функционала для функций многих переменных (уравнения Эйлера - Остроградского)**.

В связи с задачами математической физики Остроградский получил фундаментальные результаты в математическом анализе. Это, прежде всего, **формула преобразования интеграла по объему в интеграл по поверхности**, , **формула Гаусса - Остроградского**. В интегральном исчислении широко используется **правило Остроградского интегрирования правильных рациональных дробей P(x)/Q(x)**. Остроградский ввел в математику **правило замены переменных в кратных интегралах**.

Дал **строгое решение задачи о распространении тепла в жидкости**. 1834 –Мемуар об исчислении **вариаций** **кратных** **интегралов**. Переход от n-кратных к (n-1)-кратных интегралам. В Европе этот результат не был известен, его потом переоткрыли с ошибками и автор получил премию. В 1835 году внес улучшения в метод Ньютона. Теория страхования, азартных игр, статистического контроля качества продукции. Применял **теорию вероятностей** к судебным делам, из-за чего вызвал волну скептицизма по отношению к этой отрасли науки.

Распространение тепла в жидкостях, намагничивание разобщённых брусков, притяжение сфер и сфероидов.

Много Остроградский сделал в преподавании, читал лекции он блестяще (например, Абель ещё только написал работу, а он уже сразу же её рассказывал), трепетно Остроградский относился к школьной математики, был большим противником абстракции математики в младших классах.

Соратник Остроградского **Виктор Яковлевич Буняковский** (1804 - 1889) также получил образование в Париже, где он жил с 1820 по 1825 год. Получив в Париже степень доктора, он вернулся в Петербург и стал работать в университете. Стал адъютантом. В 1830 он избирается академиком, а с 1864 года до своей смерти является вице - президентом Академии наук. Изучал **диафантов анализ, учения простых чисел, более 20 работ по теории вероятности, более 40 работ по теории чисел, многочисленные работы по математическому анализу**. Он создал первый русский учебник “**Основания математической теории вероятностей**”, изданный в 1846 году. **Сходимость рядов, их свойства, в анализе - неравенство Буняковского для интегралов** (Буняковского-Шварца, Шварцем было открыто независимо через 16 лет)



**Проблема демографии**, народонаселения. Его называют первым демографом, т.к. он применил в нашей стране (впервые) теорию вероятности к подсчёту населения страны.

Геометрию Лобачевского Буняковский вообще не считал сколь-нибудь серьёзной (как и Остроградский), даже для критики, хотя сам написал целую книгу о 5-м постулате.

# **23. Разрешимость алгебраических уравнений (Абель, Галуа, Гаусс)**

**Иоганн Карл Фридрих Гаусс** (1807-1855) - немецкий математик, астроном и физик, считается одним из величайших математиков всех времён, «королём математиков». В 3-летнем возрасте нашёл у отца ошибку в рассуждениях. Страсть как любил считать. Так например, он посчитал для 1/p, p=1,…,1000 и считал до тех пор, пока не будет найден период. В теории чисел на основе этих вещей, он разработал очень полезную теорию о числах.  
Карл в возрасте примерно 6-7 лет вывел формулу суммы арифметической прогрессии.  
В алгебре главным было решение систем уравнений. (2,3,4 степеней) А вот, как решать уравнение более старших степеней – не ясно, было 2 вопроса:  
1) Можно ли написать формулы для больших степеней?

2) Сколько решений у уравнения n-й степени? (но этот вопрос ещё в начале 17-го века Рене Декарт дал гениальный ответ – n(ведь не было ни отрицательных, ни комплексных))  
Основная теорема алгебры: уравнение n-й степени содержит n корней.

В 19 лет защитил докторскую диссертацию, в которой доказал основную теорему алгебры. До этого все доказательства основывались на факте, что корни изначально существуют. Лет через 20 доказал другим способом (более просто).  
Он открыл **кольцо целых комплексных гауссовых** чисел, создал для них теорию делимости и с их помощью решил немало алгебраических проблем. Указал знакомую теперь всем геометрическую модель комплексных чисел и действий с ними.  
Гаусс **первым построил основы неевклидовой геометрии** и поверил в её возможную реальность, но был вынужден держать свои исследования в секрете (вероятно, из-за того, что они шли вразрез с догматом евклидовости пространства в доминирующей в то время Кантовской философии). Тем не менее, сохранилось письмо Гаусса к Лобачевскому, в котором ясно выражено его чувство солидарности, а в личных письмах, опубликованных после его смерти, Гаусс восхищается работами Лобачевского.  
В его бумагах обнаружены содержательные заметки по тому предмету, что позже назвали топологией. Причём он предсказал фундаментальное значение этого предмета.  
Ферма предполагал, что (2^(2^n) +1) – всегда простое, проверить это довольно сложно. Гаусс утверждал, что если такое число n - простое – то его можно построить с помощью циркуля и линейки. Гаусс **завершил теорию построения правильных многоугольников** с помощью циркуля и линейки. Попросил выгравировать на своей могиле правильный 17-угольник.  
Много и успешно занимался эллиптическими функциями, хотя почему-то ничего не публиковал на эту тему.  
Для минимизации влияния ошибок измерения Гаусс **использовал** свой **метод наименьших квадратов**, который сейчас повсеместно применяется в статистике. Хотя Гаусс не первый открыл распространённый в природе **нормальный закон распределения**, но он настолько тщательно его **исследовал**, что график распределения с тех пор часто называют гауссианой.  
В физике Гаусс развил теорию капиллярности, теорию системы линз. Гаусс заложил основы математической теории электромагнетизма: первым ввёл понятие потенциала электрического поля, разработал систему электромагнитных единиц измерения СГС. Совместно с Вебером Гаусс сконструировал первый примитивный электрический телеграф.  
  
Абель Галуа – **разрешимость уравнений высоких степеней**  
**Абель** (1802-1829) занимался уравнениями. Писал работы, отсылал, рецензий нет. Умер от туберкулёза на почве истощения (жил очень небогато). Абель зарабатывал репетиторством, ему прислали из университета приглашение, но пока оно шло – он умер. Пуассон задвинул Галуа, Абеля - Коши. "Мы не нашли там ни одной разумной мысли". Пытался найти формулу для решения уравнений выше 4й степени. Отрицательный результат - может быть тоже положительным результатом. Доказал, что не существует общих формул для нахождения общих решений выше 4 для произвольных уравнений. Есть некоторые уравнения (частные случаи) (циклические уравнения), где уравнения – есть. А вот на вопрос: «можно ли взглянув на уравнения понять, разрешимо оно или нет» - Абель ответа не дал. На этот вопрос уже отвечал Галуа  
Доказал, что если уравнение алгоритмически разрешимо, то его корню всегда можно дать такой вид, что все алгебраические функции, из которых он составляется, выражаются через рациональные функции корней данного уравнения.  
Признак сходимости рядов Абеля. Интегрировал сложные функции, теория эллиптических и гиперэллиптических интегралов. Этой проблемой занималась ещё Ковалевская потом, на основе результатов Абеля. Он поправил Коши - в критерии равномерной сходимости. Всегда был беден, занимался частными уроками. В алгебре Абель нашёл необходимое условие для того, чтобы корень уравнения выражался «в радикалах» через коэффициенты этого уравнения. Достаточное условие вскоре открыл Галуа, чьи достижения вдохновляли труды Абеля. Доказывал, что сумма степенного ряда внутри круга сходимости непрерывна, в то время как Гаусс и Коши считали этот факт самоочевидным. Коши, правда, опубликовал (1821) доказательство даже более общей теоремы: «Сумма любого сходящегося ряда непрерывных функций непрерывна», однако Абель в 1826 году привёл контрпример, показывающий, что эта теорема неверна:  
   
Эта функция периодична (с периодом 2π). В интервале  она равна  , однако на концах этого интервала терпит разрыв (равна нулю).   
  
**Эварест Галуа** (1811-1832 год) погиб в 20 лет на дуэли в 1832. С юных лет проявлял способности к математике, всех поражал. Имел активную гражданскую позицию. Анти-роялист, республиканец, кардинально настроенный.   
Пытался поступить в политехническую школу (дважды), не был принят, поскольку во время сдачи экзамена услышал смех преподавателей над своим ответом и бросил тряпкой в одного из них. На самом деле преподаватели не могли понять его ответов. После он поступил в «нормальную» школу. Туда был принят, там писал математические труды, и отправлял их в академию наук. Коши однажды потерял его работу, а Пуассон ответил, что не понял его работы. Поняли его лишь через 14 лет после его смерти.  
Дважды Галуа сидел в тюрьме и там писал свои математические работы. В 1830 на пиршестве у короля вскочил на стол с ножом в руке и сказал «за Луи-Филиппа». Старший Дюма, находившийся на приеме, с испугу сиганул в окно. Галуа посадили на полгода. Как вышел, сразу участвовал в дуэли с лучшим другом. В ночь перед смертью записал все свои основные результаты. Его нашли под утро, медицина того времени не справилась с ранениями. Основные результаты: теория групп (с каждым уравнением увязывал группу, связал разрешимость уравнения с разрешимостью группы) – результаты Абеля становились частными результатами Галуа. Потом в теории групп сильно продвинулись, это стало широким математическим методом. Появились понятия поля, структуры и группы.  
Галуа доказал, что для всякого уравнения Pn(x)=0 можно в той же области рациональности найти некоторое уравнение Q(x) = 0, называемое нормальным. Корни исходного и нормального уравнения выражаются друг через друга нормально. Нормальное уравнение - это уравнение, обладающее тем свойством, что все его корни рационально выражаются через один из них и элементы поля коэффициентов. Все подстановки корней нормального уравнения образуют группу G. Это и есть группа Галуа уравнения Q(x), или, что то же самое Pn(x)=0. Она обладает замечательным свойством: любое рациональное соотношение между корнями и элементами поля R инвариантно относительно подстановок группы G. Таким образом Галуа связал с каждым уравнением группу подстановок его де корней. Он же ввел термин "группа" - адекватное современному. Чтобы разрешимость уравнения в радикалах имела место, необходимо и достаточно, чтобы соответствующая группа Галуа была разрешима.

# **24. Становление современного математического анализа (Коши)**

**Огюсте́н Луи́ Коши́** (21 августа 1789, Париж — 23 мая 1857, Со (О-де-Сен)) — великий французский математик, член Парижской академии наук, разработал фундамент математического анализа и сам внёс огромный вклад в анализ, алгебру, математическую физику и многие другие области математики. Коши написал 789 работ, полное собрание его сочинений содержит 27 томов. Его работы относятся к различным областям математики (преимущественно к математическому анализу) и математической физики. **Первая серьезная публикация – распространение волн на поверхности жидкостей.**

К его рождению умели раскладывать ряды, но не умели считать остатки. Отношения его с властью были не очень простые. К королям относился по-разному. Долго работал в Праге. Как вернулся, ему вернули кафедру.

Был «современным математиком» - много уделял строгости доказательств.

Коши впервые дал **строгое определение основным понятиям математического анализа — пределу, непрерывности, производной, дифференциалу, интегралу, сходимости ряда** и т. д. Ввёл понятие **радиуса сходимости ряда**. Курсы анализа Коши, основанные на систематическом использовании понятия **предела**, послужили образцом для большинства курсов позднейшего времени. Коши весь математический анализ построил на основе теории пределов. Сделал матан строго обоснованным. Его понятие предела основано НЕ на эпсилон и дельте. Ввел понятия **абсолютной сходимости**. Дал свойства абсолютно сходящихся рядов (про произведения, признак сходимости рядов). Если есть знакопостоянный ряд, то для сходимости ряда достаточно, чтобы существовало такое 0<=Q<=1, что nsqrt(un) <=Q. До него существовал признак Даламбера, и интегральный признак. Последовательность xi сходится, когда для любого эпсилон существовало Н, начиная с которого |xn-xm| <=эпсилон. Если рассматриваем числовой ряд, то сходится, если модуль хвоста был меньше эпсилон. Критерий Коши ходимости функциональных рядов – придумал не Коши, но формулировка очень похожа на то, что Коши формулировал. Коши утверждал, что сходящийся ряд непрерывных функций – есть непрерывная фукнция – но он ОШИБСЯ. Поправил его Абель.

Теорема о среднем. (f(x)-f(x+dx))/dx = f`(x+\teta\*dx)

Метод решения системы уравнений в частных производных, но в незавершённом виде. До блеска эту задачу довела Софья Васильевна Ковалевская.

Коши много работал в области **комплексного анализа**, в частности, создал теорию интегральных вычетов.

В математической физике глубоко изучил краевую задачу с начальными условиями, которая с тех пор называется «**задача Коши**».

Коши заложил **основы математической теории упругости**. Он рассматривал тело как сплошную среду и вывел систему уравнений для напряжений и деформаций в каждой точке.

В работах по **оптике** Коши дал математическую разработку волновой теории света и теории дисперсии.

Ему принадлежат также исследования по **геометрии** (о многогранниках), по теории чисел, алгебре, астрономии и во многих других областях науки.

**Непрерывность функции** стандартизировал. Дал частные приемы при преобразовании функций. Приемы дифференцирования и интегрирования уравнений.

**Разложение функций на степенные ряды.**

Коши утверждал, что есть **область сходимости степенного ряда ограничена**. (область <= 1/ (верхний предел расстояния)) (внутри сходимся, снаружи расходимся, на границе – неизвестно)

**Сходимость комплексных рядов**, рядов в комплексной области. сумма a\_k\*(z-z0)^k, радиус сходимости р\_о = 1/ lim{n->8} (sqrt(|a\_n|)).

Определение производной через пределы.

Коши был первый, кто заговорил о **существовании и единственности решения** каких-либо задач. Доказывал с помощью методов ломаных Эйлера.

Разложение в степенной ряд комплексной f(z). В окрестности точки f(z) = сумма ak(z-z0)^k. Результат получен через интеграл Коши. (тот который 1/2pi\*i)

**Главная заслуга Коши: приведение в порядок Математического анализа.**

(читал Коши мат. анализ – в той самой политехнической школе), выпустил 3 книги – в которых было всё про математический анализ.

# **25. Становление современного математического анализа (Больцано, Вейерштрасс, Кантор)**

**Бернард Больцано** (5 октября 1781, Прага—18 декабря 1848) — чешский математик, философ и теолог. Выдвинул **идею арифметической теории действительного числа и доказал теорему Больцано-Вейерштрасса**. В его сочинениях можно найти ряд фундаментальных понятий и теорем анализа, обычно связываемых с более поздними исследованиями других математиков. В “Парадоксах бесконечного” (изд.1851) Больцано явился предшественником Кантора в **исследовании бесконечных множеств**. Преподавал богословие в Чехии. С точки зрения властей был очень неблагонадёжен. В конце концов его попросили со службы, и он удалился в деревню, где занимался математикой. И именно поэтому он не очень известен. В 1817 году доказал первые серьёзные теоремы. Дал **строгое определение непрерывности функций** (через теорию множеств)**; односторонней непрерывности; описал ее свойства**. Доказал, что непрерывная функция может принимать все промежуточные значения. Сформулировал критерий сходимости последовательности числовых рядов.

Ампер утверждал, что любая непрерывная функция может иметь лишь конечное число особенностей (то, где она не дифференцируемая). В 1830 году Больцано **первым привёл пример непрерывной функции, которая не имеет производной ни в одной точке** (Вейерштрасс сделал это лишь через 45 лет) (функции у них были разные). Если функция непрерывна, то ряд Фурье не обязан сходиться. Но вот построить такую функцию сложно.

**Теоре́ма Больца́но — Вейерштра́сса** гласит, что

1. Из любой ограниченной последовательности вещественных чисел можно выделить сходящуюся подпоследовательность.
2. Из любой неограниченной последовательности можно выделить бесконечно большую подпоследовательность, то есть подпоследовательность, имеющую своим пределом бесконечность определённого знака.

Иначе говоря, замкнутое множество числовой прямой компактно тогда и только тогда, когда оно ограничено. Из этой теоремы следуют аналогичные утверждения для комплексных чисел и для последовательностей точек n-мерного евклидова пространства.

В 1817 году доказал, что если множество рациональных чисел ограничено сверху или снизу, то это **множество имеет точную верхнюю или нижнюю грань**. Вейерштрасс тоже сформулировал эту теорему, но на 40 лет позже.

**Карл Те́одор Ви́льгельм Ве́йерштрасс** (31 октября 1815 — 19 февраля 1897) — выдающийся немецкий математик, «отец современного анализа». Родился в Остенфельде в семье чиновника.

Развился как известный математик довольно поздно, поскольку лишь в 40 был приглашен в берлинский университет, а до этого был обычным школьным учителем. В высшее учебное заведение поступил в 21 (Лейбниц в 20 лет докторскую защитил). Навыки учителя помогли Вейерштрассу стать лучшим преподавателем Германии, а редкое свободное время (чаще всего ночное) он использовал для математических исследований. Кроме математики, он вёл там занятия по физике, ботанике, географии, истории, немецкому языку, чистописанию и гимнастике. Берлинскому университету он отдал 40 лет жизни.

**Ввел понятие предельной точки**, всё, что с этим связано. Стал использовать понятия верхней и нижней граней числовых множеств. Работал над достижением верхних и нижних граней. **Интересовался вопросом приближения функций многочленами.** Также разработал непрерывный арифмометр, улучшил преобразование координат (это для географии России) – теперь ошибка 2%, а раньше была 4-5%. Работы про кройку (как правильно раскроить кусок ткани, чтобы меньше материала потратить на обрезки).

До Вейерштрасса оснований анализа фактически не существовало. Даже Коши, который впервые ввёл стандарты строгости, многое молчаливо подразумевал. Не было теории вещественных чисел — превосходная статья Больцано (1817) осталась незамеченной. Важнейшее понятие непрерывности использовалось без какого-либо определения. Отсутствовала полная теория сходимости. Как следствие, немало теорем содержали ошибки, нечёткие или чрезмерно широкие формулировки. Вейерштрасс **завершил построение фундамента математического анализа**, прояснил тёмные места, построил ряд доказательных контрпримеров (аномальных функций), например, всюду непрерывную, но нигде не дифференцируемую функцию (не такую, как у Больцано). Он **сформулировал логическое обоснование анализа на основе построенной им теории действительных (вещественных) чисел и так называемого ε-δ-языка**. Например, он строго определил на этом языке понятие непрерывности: Функция f(x) непрерывна в точке x = x0, если для каждого (как угодно малого) ε > 0 существует **δ** такое, что **δ** < ε . Одновременно он дал строгое доказательство основных свойств непрерывных функций. Приведенное определение, а также его определения предела, сходимости ряда и равномерной сходимости функций воспроизводятся без всяких изменений в современных учебниках.

Вейерштрасс доказал, что **любая непрерывная функция допускает представление равномерно сходящимся рядом многочленов**. Он далеко продвинул теорию эллиптических и абелевых функций, заложил основы теории целых функций и функций нескольких комплексных переменных. Создал теорию делимости степенных рядов.

Вариационное исчисление Вейерштрасс также преобразовал, придав его основаниям современный вид. Он **открыл условия сильного экстремума и достаточные условия экстремума, исследовал разрывные решения классических уравнений**.

**В геометрии** он создал теорию минимальных поверхностей, внёс вклад в теорию геодезических линий.

**В линейной алгебре** им разработана теория элементарных делителей.

Вейерштрасс доказал, **что поле комплексных чисел — единственное коммутативное расширение поля действительных чисел без делителей нуля** (1872).

**Георг Фердинанд Людвиг Филипп Кантор** (3 марта 1845 – 6 января 1918) – выдающийся немецкий математик, известный как создатель теории множеств, ставшей краеугольным камнем в математике. Созданная Кантором **теория множеств** (некоторые ее идеи встречались у его предшественников, в частности сравнительно подробно разработаны Б. Больцано) не только лежит ныне в основе математического анализа, но и послужила причиной общего пересмотра логических основ математики и оказала влияние на всю современную структуру математики.

Кантор родился в Петербурге. Отец его Георг Вольдемар Кантор был родом из Копенгагена. Рано проявил страстное желание приступить к изучению математики. Отец его, однако, не согласился с этим, считая более обещающей в отношении заработка профессию инженера.

Они договорились и осенью 1862 года Кантор приступил к занятиям в Цюрихе, откуда он, впрочем, уже после первого семестра ушел вследствие смерти отца. Сильнейшее влияние на его научное развитие оказал, бесспорно, Вейерштрасс. В 1867 году Берлинский университет присвоил ему степень доктора философии за работу по теории чисел. Докторская диссертация, давшая Кантору возможность стать весной 1869 года приват-доцентом университета в Галле, принадлежит, вместе с несколькими небольшими заметками, опубликованными в 1868−1872 годах, еще к первому, арифметическому кругу его интересов, к которому он редко возвращался впоследствии.

После непродолжительной работы преподавателем в Берлинской школе для девочек, Кантор занимает место в Галльском университете Мартина Лютера, где и пройдёт вся его карьера. В 1869 году Кантор стал действительным членом Общества Естествоиспытателей в Галле; особенно же следует отметить избрание в члены-корреспонденты Геттингенского Научного Общества.

**В 1870 году разработал свою программу стандартизации математики, в рамках которой любой математический объект должен был оказываться тем или иным «множеством»**. Этот подход изложен в двух его статьях, опубликованных в 1879—1897 годах в известном немецком журнале «Математические анналы». Например, натуральное число, по Кантору, следовало рассматривать как множество, состоящее из единственного элемента другого множества, называемого «натуральным рядом» – который, в свою очередь, сам представляет собой множество. **Кантор ввёл понятие взаимно-однозначного соответствия между элементами множеств, дал определения бесконечного и вполне-упорядоченного множеств и доказал, что действительных чисел «больше», чем натуральных. Теорема Кантора, фактически, утверждает существование «бесконечности бесконечностей».** Работы Кантора представляют большой философский интерес, о чём и сам Кантор прекрасно знал.

Эмоциональный кризис заставил его сместить свой интерес от математики к философии и начать читать лекции по ней. Кантор стал интенсивно изучать английскую литературу эпохи Елизаветы; пытался доказать, что пьесы, которые приписывались Шекспиру, на самом деле написал Френсис Бэкон. Результаты по этой работе в конце концов были опубликованы в 1896 и 1897 годах.

В 1904 году Лондонское королевское общество наградило Кантора Медалью Сильвестра, высшей наградой, которую оно могло пожаловать. Сам Кантор верил в то, что теория трансфинитных чисел была сообщена ему свыше.

Более сорока лет Кантор занимался преподавательской деятельностью в университете Галле; выдающемся преимуществом его лекций была строгость и четкость в определении понятий. Кантор завершил свои математические публикации в 1897 году, но продолжал преподавательскую работу. Тогда же начинается все возрастающее признание его труда математическим миром.

В честь математика Немецкое математическое общество учредило Медаль Кантора.

# **26. Научная биография П.Л.ЧебышЁва**

**Пафнутий Львович Чебышев** (1821-1894). Возглавил новую петербургскую математическую школу еще при жизни Острогадского. Один из основателей теории вероятности (закон больших чисел, центральная предельная теорема), результаты в механике, теории чисел, численных методах.

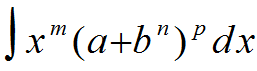
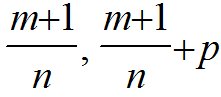
Он родился в Калужской губернии в семье дворянина. Сначала хорошее домашнее образование. Хорошее математическое образование получил в Московском университете (физ-мат отделение филфака), где учился у профессора Н.Д. Брашмана, человека передовых взглядов. Еще будучи студентом, Чебышёв получил **серебряную медаль за вычисление корней уравнений n-ой степени.** *(1840 год) (работа написана в 1838 году). Это работа в области приближённых вычислений (работа была написана ещё на 2-м курсе). (по сути он развивал метод Ньютона)* После защитил **диссертацию по теории вероятностей «Теория сравнений»** - 1849. Потом поехал работать в петербургский университет - 1841. Наиболее яркий представитель петербургской школы, после защиты докторской диссертации избирается профессором. Все его работы навеяны сугубо прикладными задачами.

Был разработан устав университета (который был сильно ужесточен Александром 3)

С подачи Чебышева появились технические вузы в стране (в период нехватки инженеров): была разработана соответствующая программа (Бауманка, например).

**Результаты по теории простых чисел**, полученные в диссертации и в ряде статей этого периода, выдвинули Чебышева в число ведущих математиков Европы. Здесь он впервые получил **строгие результаты по асимптотическому распределению простых чисел**: функция pi(x), обозначающая число простых чисел, меньших x, при x->oo ведет себя, как x/ln(x). Чебышёв аналитическим путем показал, что a\*x/ln x < p(x) < b\* x/ ln x, а = 0,921, b = 1,06. Тогда существовала гипотеза **Бертрана о том, что между двумя какими-то числами (н и 2н) есть простое число. Чебышёв получил эту гипотезу между делом простым и элементарным способом.** *(гипотеза о распределении простых чисел)*

Чебышеву принадлежат фундаментальные результаты по **теории вероятностей и ее обоснованию**. Он разработал **метод моментов и доказал предельную теорему для сумм независимых случайных величин**, из которой как частные случаи следуют теоремы Бернулли и Пуассона. Используя подход Чебышева его выдающийся ученик А.А. Марков существенно расширил условия выполнения закона больших чисел и получил теорему, из которой при условии независимости случайных величин следуют результаты Чебышева. Другой выдающийся ученик Чебышева А.М.Ляпунов систематически использовал метод характеристических функций и доказал предельную теорему для условий менее ограничительных, чем Марков. Кроме того, он **оценил погрешности, возникающие от замены закона распределения суммы нормальным законом**. Благодаря работам Чебышева, Маркова и Ляпунова теория вероятностей приобрела вид **строгой математической теории**. +Асимптотические разложения функций распределения. +Он часто использовал понятие случайной величины.

**В анализе он доказал теорему об условиях интегрируемости дифференциального бинома**: интеграл , где m, n, p - рациональные, выражается через элементарные функции , если одно из чисел p,  является целым.

**Он создал теорию наилучшего равномерного приближения функций** и сформулировал **теорему о необходимых и достаточных условиях наилучшего приближения непрерывной функции многочленом**.

**Теория интегрирования**. Несколько квадратурных формул. Оценки: интеграл f(x)dx интеграл g(x)dx <= (b-a) интеграл f(x)g(x)dx. Интегрирование биномов (x^m(a+bx^n)^p) – доказал, что берется, если p – целое, или (m+1)/n - целое, или (m+1)/n + p – целое.

Ввёл **многочлен Чебышёва-Эрмита**. (используются в теории чисел)

Решал различные задачи, связанные с артиллерией.

1878 год – изобретение машины, имитирующей движение животного при ходьбе.

Разработал модель инвалидной коляски.

1894 год **– умер** за письменным столом, работая над очередной теоремой.

# **27. Полиномы ЧебышЁва**

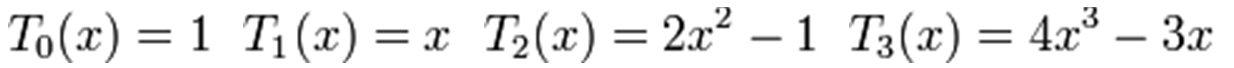
Он создал **теорию наилучшего равномерного приближения функций** и сформулировал теорему о необходимых и достаточных условиях наилучшего приближения непрерывной функции многочленом. Прежде всего, поговорим о многочленах Чебышёва, приближающих функцию, непрерывную на [a,b]. Возьмем класс многочленов Pn(x). Рассмотрим максимальное уклонение полинома от функции. Поскольку это величина неотрицательная, то есть нижняя грань, следовательно, есть точная нижняя грань. Имеется в виду нижняя грань максимального уклонения среди всех многочленов n-ной степени. Грань называется наилучшим приближением функции. А сам многочлен, на котором она (грань) достигается, называется **многочленом наилучшего приближения функции**. Критерий многочлена наилучшего приближения: чтобы алгебраический многочлен Pm(·) был полиномом наилучшего равномерного приближения непрерывной функции f(·) необходимо и достаточно существования на [a, b] по крайней мере (m + 2) точек x0 < x1 < ... < xm+1 таких, что f(xi) − Pm(xi) = α(−1)i||f − Pm||, i = 0, 1, . . . , (n + 1), причем α = 1 или α = −1 для всех i одновременно (**точки альтернанса** – чередуем знаки и равенство по модулю).

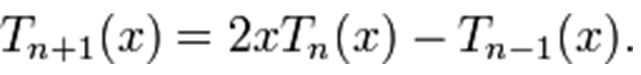
Многочлен, наилучшим образом, приближающий ноль на отрезке [-1, 1]. (нужны для снижения степени многочленов)

**Многочлен Чебышёва первого рода Tn(x**) характеризуется как многочлен степени n со старшим коэффициентом 2n - 1, который меньше всего отклоняется от нуля на интервале [ − 1,1] среди многочленов заданной степени. Впервые рассмотрены самим Чебышёвым.

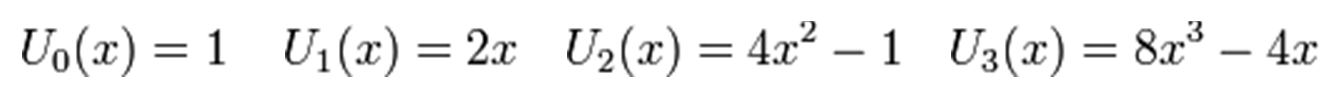
Многочлен в общем виде выглядит как:

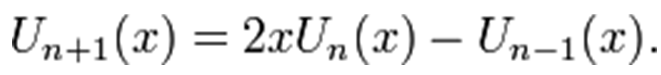
Tn = cos(n\*arccos (x))

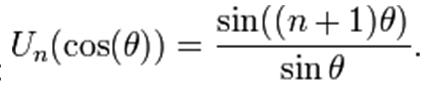


Реккурентная формула 

**Многочлен Чебышёва второго рода Un(x)** характеризуется как многочлен степени n со старшим коэффициентом 2n, [интеграл](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D1%82%D0%B5%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BB) от [абсолютной величины](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%B1%D1%81%D0%BE%D0%BB%D1%8E%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D0%B0) которого по интервалу [ − 1,1] принимает наименьшее возможное значение среди многочленов заданной степени. Впервые рассмотрены в совместной работе двух учеников Чебышёва — [Коркина](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D1%80%D0%BA%D0%B8%D0%BD,_%D0%90%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%B0%D0%BD%D0%B4%D1%80_%D0%9D%D0%B8%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D0%B0%D0%B5%D0%B2%D0%B8%D1%87) и [Золотарёва](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D1%82%D0%B0%D1%80%D1%91%D0%B2,_%D0%95%D0%B3%D0%BE%D1%80_%D0%98%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D1%87).

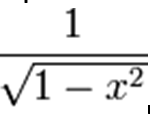
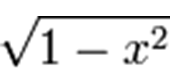


Реккурентная формула 

Могут быть также определены с помощью равенства: 

Несколько многочленов Чебышёва второго рода

**Многочлены Чебышёва обладают следующими свойствами:**

1. Ортогональность по отношению к соответствующим скалярному произведению (с весом для многочленов первого рода и для многочленов второго рода).
2. Среди всех многочленов, значения которых на отрезке [ − 1,1] не превосходят по модулю 1, многочлен Чебышёва имеет:

o наибольший старший коэффициент

o наибольшее значение в любой точке 

3. Нули полинома Чебышёва являются оптимальными узлами в различных интерполяционных схемах.

**Свертка по полиномам Чебышёва** – это к тому, зачем это все. Сможем уменьшить степень приближающего многочлена, если вычтем из него наименее уклоняющийся от нуля.

# **28. Научная биография А.А.Маркова**

Марковых было два – отец и сын. Нормальные Алгоритмы Маркова – это сын.

**Ма́рков, Андре́й Андре́евич** (14 июня 1856, Рязань, Россия — 20 июля 1922, Петроград, ныне Санкт-Петербург) — выдающийся русский математик, внёсший большой вклад в теорию вероятности, математический анализ и теорию чисел. Работал над ЦПТ. В честь Маркова названы **цепи Маркова и неравенство Маркова**. Аппарат марковских цепей был позже обобщен Колмогоровым. Цепи Маркова и скрытые марковские модели широко используются в CS. Обучался у Чебышёва.

Окончил университет с золотой медалью за работу об интегрировании рациональных дробей. Сразу стал преподавать. С 13 декабря 1886 года — адъюнкт Физико-математического отделения (чистая математика), с 3 марта 1890 года — экстраординарный академик, а с 2 марта 1896 года — ординарный академик Императорской Санкт-Петербургской Академии Наук. С 1880 года - приват-доцент, с 1886 года - профессор физико-математического факультета Санкт-Петербургского университета.

Он написал около 70 работ по теории чисел, теории приближения функций, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей, в том числе 2 классических произведения-"Исчисление конечных разностей" и "Исчисление вероятностей". Марков является первооткрывателем обширного класса стохастических процессов с дискретной и непрерывной временной компонентой, названных его именем. **Марковские процессы** обладают следующим (марковским) свойством: следующее состояние процесса зависит, вероятностно, только от текущего состояния. В то время, когда эта теория была построена, она считалась весьма абстрактной, однако в настоящее время практические применения данной теории чрезвычайно многочисленны. Теория цепей Маркова выросла в огромную и весьма важную область научных исследований — теорию марковских случайных процессов, которая в свою очередь представляет основу общей теории стохастических процессов. Марков **довел до ума доказательство центральной предельной теоремы для независимых случайных величин**. Потом занялся изучением зависимых величин. Матрицы вероятностей. Связанные в цепь состояния. Простые цепи Маркова – состояние системы зависит только от предшествующего состояния. Сложные цепи – от нескольких состояний. Соотношения гласных и согласных в произведениях – получил подтверждения своих теорий. Чебышёв был пионером в приближении многочленами функций, Марков стал пионером в теории Марковских процессов.

В общем списке его научных трудов работы по математическому анализу составляют более одной третьей части. Внимание А. А. Маркова привлекали **исчисление конечных разностей, теория интерполирования функций, экстремальные задачи в функциональных пространствах, теория ортогональных многочленов, квадратурные формулы, дифференциальные уравнения, теория функций, наименее уклоняющихся от нуля, и другие вопросы**. Классические работы П. Л. Чебышева и А. А. Маркова о предельных величинах интегралов составили основы теории моментов и теории экстремальных задач в функциональных пространствах. **Развил теорию моментов и теорию приближения функций, а также аналитическую теорию непрерывных дробей. Ученый широко использовал непрерывные дроби для приближенных вычислений в теории конечных разностей, интерполировании и т. д. Вопросы улучшения сходимости рядов.**

Результаты по оценкам производных многочленов. Если максимум на отрезке не превосходит Н, то модуль производной этого многочлена меньше или равен Н\*н^2/(b-a). Таким образом можно получить и производные высоких степеней.

Работ по теории чисел у А. А. Маркова сравнительно немного — 15, но они имеют непреходящее значение для этой теории. Сюда относится прежде всего магистерская диссертация «О бинарных квадратичных формах положительного определителя» (1880). Диссертация посвящена проблеме арифметических минимумов неопределенных бинарных квадратичных форм. В последующих статьях рассматривается проблема арифметических минимумов неопределенных тернарных и кватернарных квадратичных форм.

Он вывел принцип, эквивалентный понятиям несмещенных и эффективных статистик, которые получили теперь широкое применение.

Марков отлучён от церкви по собственному прошению (письмо митрополиту, что не видит отличий между идолами и иконами)

Умер от голода в Петрограде в 1922 году.

# **29. Научная биография А.М.Ляпунова**

**Александр Михайлович Ляпунов** занимался теорией дифференциальных уравнений, гидромеханикой, теорией вероятностей. **Основные результаты - в теории устойчивости и движения механической системы с конечным числом параметров**.

Первые работы:

* “Равновесие твердых тел в жидкостях”
* “Потенциал гидростатического давления”

Ляпунов – другой ученик Чебышёва. Написал о нем статью с высочайшей оценкой его результатов. Родился в Ярославле в семье директора обсерватории, потом лицея. Ляпунов блестяще учился. Работал много. В 1876 Ляпунов оканчивает гимназию с золотой медалью и поступает в Санкт-Петербургский университет (сначала на факультет естественных наук, затем переходит на математический). Кабинетный ученый. Ответственно относился к научным работам, преподавательской деятельности.

В качестве магистерской диссертации Чебышёв предложил ему следующую задачу *(вращение жидкости и фигуры равновесия, возникающие при этом*):

Было известно, что равномерно вращающаяся вокруг некоторой оси жидкая однородная масса, частицы которой притягиваются друг к другу по закону Ньютона, может сохранять форму эллипсоида, пока угловая скорость вращения не превосходит определённого предела. Если же угловая скорость превысит этот предел, эллипсоидальные фигуры равновесия становятся невозможными. Если ω — некоторое значение угловой скорости, которой соответствует эллипсоид равновесия E, и задано достаточно малое приращение угловой скорости ε, то поставленный вопрос состоит в следующем: существуют ли для угловой скорости ω + ε иные фигуры равновесия, отличные от эллипсоидальных, и непрерывно изменяющихся при таком же изменении ε, и при ε = 0 совпадающие с эллипсоидом E?

Ляпунову удалось успешно использовать метод последовательных приближений и подробно проанализировать первое приближение. Однако поскольку это приближение оказалось недостаточным, молодой Ляпунов не смог дать тогда полное решение задачи. После нескольких неудачных попыток он отложил решение этого вопроса. Но вопрос этот навёл его на другой — об эллипсоидальных формах равновесия, который и составил предмет его магистерской диссертации.

После защиты перешел в Харьковский университет, там возглавляет кафедру механики и читает лекции. Скрупулезно готовился к своим лекциям, студенты понимали, что он глубокий и интересный ученый. Ему боялись задавать вопросы. Поэтому выбирали одного студента, которому давали список вопросов, и он один задавал, так как один не боялся. Это был Стеклов, потом тоже стал известным.

Ляпунов публиковал свои работы только тогда, когда был убежден в новизне и полной безошибочности своих исследований. Пуанкаре предоставлял результаты, которые были лишь частями работы Ляпунова, причем с ошибками и получал за это степени и награды. А Ляпунов не счел это даже достаточным для диссертации. **Считал, что нельзя ограничиваться интуицией и плохими приближениями. Его результаты выдерживают любую критику.**

В 1892 защитил докторскою диссертацию “Общая задача об устойчивости движения”.

С 1906-1914 публикуется его труд в четырех частях “О фигурах равновесия однородной вращающейся жидкости, мало отличающихся от эллипсоидальных”

Ляпунов **изучал равновесие фигур вращающейся жидкости.** Образование планет, планетные системы – образование из частиц притягивающейся жидкости. К тому моменту было известно, что эллипсоид – фигура равновесия. Но что если придать ускорение? Что если материал неоднородный? Это задачи очень сложной математики. Получил ряд полезных результатов. Сфера - тоже фигура равновесия. Устойчивость равновесия. Изменения однородностей жидкостей. Получал системы, уравнения, рассматривал их детальней, чем было до сих пор. Навел полный порядок в этом деле. Вот Пуанкаре действовал интуитивно, и на его результатах астроном Дарвин построил теорию, которую Ляпунов разнес в пух и прах. В конце жизни Ляпунов возвращался к этой проблеме. По существу закрыл ее.

**Устойчивость по Ляпунову стала классикой**. Ни одна ракета без этого не полетит. Занимался уравнениями в частных производных. Зависимость потенциала от зарядов на поверхности. Поверхности Ляпунова. Связано с задачей Дирихле для уравнения Лапласа. Теория вероятностей. Хотел превзойти результаты Маркова по ЦПТ. Но пользовался другим методом - тот использовал метод моментов, а Ляпунов рассматривал близкие к случайным величинам величины. Метод характеристических функций. У них была «творческая борьба». Вдвоем довели до ума теорему. Устойчивость механических систем. Исследование предельного поведения стремящейся к бесконечности случайной переменной.

По состоянию здоровья (туберкулёз) в июне 1917 году уехал в Одессу. Ляпунов погиб в революцию. Жена заболевает туберкулезом. Он узнает, что революционеры сожгли его библиотеку. В конце 1918 года умирает его жена, и он пытается застрелиться, но не очень успешно и через несколько дней умирает в больнице.

# **30. Научная биография С.В.Ковалевской**

**Софья Васильевна Ковалевская** (1850-1891) занималась астрономией, функциональным анализом, теорией потенциала, математической физикой. Она известна также и своими литературными произведениями (напр., "Нигилистка"), писала стихи, поэмы, общалась с Достоевским. Ее спрашивали, математик она или поэт.

Родилась в небедной семье, ее отец возглавлял арсенал, был генералом.

Училась сначала в Кенигсберге, потом в Берлинском университете у Вейерштрасса. В университет ее не пустили, она приехала к нему в квартиру. А тот считал, что женщина должна дома сидеть. И дал ей три хороших задачи. Она решила сразу. Пришлось с ней работать.

С 1884 читает лекции в Стокгольмском университете, начав на немецком, но затем довольно быстро освоив шведский.

За три года работы с Вейерштрассом Ковалевская получила фундаментальный результат о **существовании и единственности аналитического решения задачи Коши** для дифференциального уравнения в частных производных. Он известен в математике как теорема Коши - Ковалевской. В это же время она опубликовала **результаты исследований по форме колец Сатурна** (показала, что имеют яйцевидную форму) и **по эллиптическим интегралам** (привела к ним абелевы). За эти работы Геттингенский университет по представлению Вейерштрасса присудил ей без защиты степень доктора философии.

Ей были найдены условия приведения ультра эллиптического интеграла, содержащего полином восьмой степени, к эллиптическому интегралу первого рода. Ковалевская установила, что уравнения движения твердого тела около неподвижной точки в общем случае не имеют однозначных решений с пятью произвольными постоянными и на всей комплексной плоскости в качестве особых точек содержат только полюса. Затем она нашла, что в некоторых случаях все элементы движения могут выражать через эллиптические функции от времени t. Первые два случая разрешили Эйлер и Пуансо (1), Лагранж (2). Третий случай разрешила сама К., когда центр тяжести тела лежит на плоскости экватора эллипсоида инерции, построенного для неподвижной точки, служащего эллипсоидом вращения и удовлетворяющего условию A=B=2C (А,В,С - главные моменты инерции)

Опубликовала **работу по преломлению света через кристалл** (двойное преломление). Читала курсы лекций по математике. За 8 лет, до своей кончины, она подготовила и прочла 12 курсов, включая курс механики. Пользовалась феноменальным успехом у студентов. Ее заинтересовала задача, которую Берлинская академия наук выставляла на конкурсы: впервые после Эйлера и Лагранжа получила новые результаты в решении задачи о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки. Очень многие брались за задачу, никто не мог решить. И тут побеждает анонимная блестящая работа. Математический мир и так был потрясен, а тут выяснилось, что это женщина. **Ее результаты были удостоены премий Парижской и Шведской академий наук – 1889 (открытие третьего классического случая разрешимости задачи о вращении твердого тела).** Через несколько лет решение этой проблемы удалось существенно продвинуть Ляпунову.

**Основные сферы исследований: механика, математическая физика, дифференциальные уравнения.**

**Основные достижения в теории вращения твердого тела.**

* **Открыла третий классический случай разрешимости задачи о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки.**
* **Доказала существование аналитического решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений с частными производными.**
* **Получила второе приближение в задаче о равновесии колец Сатурна.**

В 1891 умерла от воспаления легких.

# **31. | Философские направления в математике: логицизм**

В начале 20 века в математике образовался некий тупик по причине того, что нет согласия в понимании, что же в математике считать изначально истинным. Из-за этого возникают разногласия как в аксиоматике и взаимосвязи отраслей математики, так и в выборе логических систем, которыми следует пользоваться в процессе доказательства.

Выделяют три основных направления:

1. **Логицизм**
2. Интуиционизм
3. Формализм

**Логицизм** — одно из направлений в основаниях математики, ставящее целью **обосновать математику путем сведения ее исходных понятий к понятиям логики**.

Мысль о сведении математики к логике высказывалась еще **Лейбницем** в конце 17 в. Практическое осуществление логицистического тезиса было предпринято в конце 19 — начале 20 вв. в работах **Фреге, Уайтхеда и Рассела**. Взгляд на математику как на часть логики обусловлен тем, что **любую математическую теорему в аксиоматической системе можно рассматривать как некоторое утверждение о логическом следовании.** Остается только все встречающиеся в таких утверждениях константы определить через логические термины. К концу 19 в. в математике различные виды чисел, включая комплексные, были определены в терминах натуральных чисел и операций над ними. **Попытка сведения натуральных чисел к логическим понятиям была предпринята Г. Фреге.** В интерпретации Г. Фреге натуральные числа были кардинальными числами некоторых понятий. Однако система **Фреге не свободна от противоречий**. **Это выяснилось, когда Бертрам Рассел обнаружил противоречие в канторовой теории множеств, пытаясь свести ее к логике**, которое отображено в парадоксе Рассела. Суть этого парадокса заключается в следующем: если множество содержит все свои подмножества, то содержит ли оно само себя?**.** Обнаруженное противоречие побудило Рассела к пересмотру взглядов на логику, которую он сформулировал в виде теории разветвленных типов. **Однако построение математики на основе теории типов потребовало принятия аксиом, которые неестественно считать чисто логическими.** К ним относятся, например, **аксиома бесконечности,** которая утверждает, что существует бесконечно много индивидов, то есть объектов наинизшего типа.

В целом попытка сведения математики к логике не удалась. **Курт Гёдель** показал, что никакая формализованная система логики не может являться **адекватной базой математики**, поскольку **нельзя доказать непротиворечивость** ни одной полной аксиоматической системы. После этого популярность логицизма упала. **Зато логику нельзя победить потому, что ее можно победить только с помощью логики** (Сельский брадобрей бреет только тех, кто сам себя не бреет; То, что я говорю – ложь; Из каждого правила есть исключения).

Также была группа математиков Николя Бурбаки, которая пыталась построить теорию математики, сведя все теории к одной базе. В результате, определение “числа 1” занимало несколько строк.

Из-за этих всех проблем, логицизм перестал быть столь популярным. Основная “борьба” сейчас идет между интуиционизмом и формализмом.

# **32. | Философские направления в математике: интуиционизм**

**Интуициони́зм** — система философских и математических идей и методов, связанных с **пониманием математики как совокупности «интуитивно убедительных» умственных построений**. С точки зрения интуиционизма, **основным критерием истинности** математического суждения является **интуитивная убедительность возможности проведения мысленного эксперимента**, связываемого с этим суждением. Поэтому в интуиционистской математике **отвергается теоретико-множественный подход** к определению математических понятий, а также некоторые способы рассуждения, принятые в классической логике: **исчезают законы двойного отрицания и исключенного третьего, поэтому становятся возможными только конструктивные доказательства.**

При построении интуиционистской математики обычные логические связки, употребляемые для формулировки математических суждений, истолковываются способом, отличным от классического. **Любое суждение считается осмысленным, только если оно выражает возможность некоторого умственного построения, и считается истинным, только если исследователю удалось выполнить соответствующее построение**. Так, утверждение, начинающееся с квантора существования, означает наличие способа мысленного построения искомого объекта. Дизъюнкция суждений A и B означает возможность непосредственно указать среди этих суждений верное. С этой точки зрения, суждение вида может и не быть истинным, если проблема A не решена к настоящему времени. Отсюда видно, что закон исключённого третьего неприемлем в интуиционистской математике в качестве логического принципа.

Последователи - Гаусс, Кронекер, Пуанкаре, Лебег, Э.Борель**.**

**Брауэр** (1881-1966)

В основе критики Л. Э. Я. Брауэра лежит вопрос **о природе математических объектов** и суждений о них. Так, естественно представить, что произвольное натуральное число может быть построено в виде последовательного ряда однородных предметов, например, ряда точек. Столь же естественно представить, что, построив некоторое натуральное число, можно построить затем и следующее, добавив к уже построенному ещё одну точку. **Поэтому природа натуральных чисел является интуитивно ясной.** Однако наряду с такими объектами в классической математике рассматриваются и объекты **с интуитивно неясной природой**, например, «множество всех натуральных чисел» и «множество, неизмеримое по Лебегу». **С ними не связывается никакого способа их мысленного построения, и потому их действительное существование представляется сомнительным.**

Одним из источников возникновения такого рода «монстров» в классической математике являются **теоремы чистого существования**, в которых наличие искомого объекта утверждается лишь на основе формального опровержения гипотезы о его невозможности. Иначе говоря, фундамент таких теорем составляет представление об **абсолютной непогрешимости законов классической логики.**

Это представление также стало одной из мишеней критики Брауэра. С его точки зрения, **законы классической логики возникли в результате рассмотрения конечных совокупностей**, при работе с которыми доказательство чистого существования заведомо может быть дополнено эффективным способом построения искомого объекта — **полным перебором**. При переходе же к рассмотрению бесконечных совокупностей эти законы становятся недостоверными, поскольку полного перебора таких совокупностей мы провести уже не можем.

В качестве простейшего примера рассмотрим следующую теорему чистого существования: «для любого вещественного числа x найдется натуральное число n, равное 1 в случае x = 0, и равное 2 в случае x\neq 0»

Признать такое число n действительно существующим мы могли бы лишь в том случае, если бы умели сравнивать произвольное вещественное число x с нулём, чего, однако, мы делать не умеем. Действительно, число x на деле задаётся некоторой бесконечной последовательностью рациональных чисел \{x_n\}_{n=1}^{\infty}. Эффективным способом сравнения числа x с нулём был бы лишь такой, который позволял бы производить это сравнение на основе просмотра некоторого конечного (пусть и очень большого) набора чисел xk. Однако такое рассмотрение не позволяет надёжно установить верность равенства x = 0.

Аналогичные трудности возникают при попытках прояснения статуса существования многих других объектов классического анализа, например, точек экстремума непрерывной функции на отрезке, нулей знакопеременных непрерывных функций на отрезке и т. д. Никакого способа эффективного построения указанных объектов в нашем распоряжении не имеется.

Такая критика классической математики не связана непосредственно с антиномиями теории множеств. Появление антиномий можно рассматривать как дополнительный довод в пользу неудовлетворительности теоретико-множественного подхода, но критика относится и к таким разделам математики, где антиномий не возникает.

**Брауэр** отрицал веру в актуальную бесконечность, и формирующуюся бесконечность. Отрицал перенос ограниченных вещей на бесконечные. **Рушил закон исключенного третьего** – т.е. все доказательства от противного. Для более ясной формулировки интуиционизма последователь Брауэра А. Гейтинг создал интуиционистскую логику. Марков-младший (алгоритм Маркова) - конструктивист. **Есть только та математика, где объект может быть построен.**

# **33. | Философские направления в математике: формализм**

**Формализм** — направление в математике, пытающееся получить решение проблем основания математики **при помощи формально-аксиоматических построений.** Формализм возник в начале XX века (**нем. математик Гильберт**, поставивший 23 проблемы, из которых 16 были решены (доказаны или опровергнуты) в 20 веке). Выход из **кризиса оснований математики**, в противоположность *интуиционизму*, ищется в строго разработанном **формализованном аксиоматическом методе**. Символы и действия над этими символами. Главный тезис – **полнота и непротиворечивость**. У Гильберта был план по формализации всей математики и последующем доказательстве ее непротиворечивости. Но тут опять теорема **Гёделя**: нельзя доказать непротиворечивость ни одной полной аксиоматической системы. Тем не менее **вся математика идет по пути Гильберта.**

Формализм наряду с логицизмом и интуиционализмом в 20 веке считался одним из направлений фундаментализма в философии математики. Формализм возник как попытка свести в **единую систему строгие обоснования различных областей математики**. В отличие от логицизма, формализм **не претендовал на построение единой формальной теории для всей математики**. И в отличие от интуиционализма, формализм не отказывался от построения теорий с сомнительными с точки зрения интуиции основаниями. Главное, чтобы правила вывода теорем были строго обоснованы. То есть, формалисты отрицают доказательство от противного.

*Резюме:*

Формализм - введение аксиом, на которых строится все остальное.

**Отрицает доказательство от противного - только обоснованные и конструктивные доказательства**.

Представитель - Гильберт

# **34. Теоретические основы современных компьютеров (Тьюринг, Фон Нейман)**

**Алан Тьюринг** (1912 – 1954):

**Тезис Чёрча-Тьюринга.** Любая функция, которая может быть вычислена физическим устройством, может быть вычислена машиной Тьюринга

**Криптография.** Тьюринг помогал взломать код Энигмы. Построен первый программируемый компьютер Колоссус, который базировался на

* концепции универсальной машины,
* потенциальной скорости и надёжности электронных технологий,
* неэффективности разностных машин для различных логических процессов.

Шифр-код был расшифрован в 1943. После все компьютеры были разрушены по приказу Черчилля

**Колоссус** Под руководством выдающегося математика Алана Тьюринга была построена специализированная электронная вычислительная машина Colossus. Она насчитывала 2000 радиоламп и обрабатывала 25000 симв./с

В местечке Блечли-Парк (Bletchley Park) под Лондоном была организована сверхсекретная криптоаналитическая лаборатория для расшифровки немецких военных шифров, используемых в шифровальной машине Enigma.

**Основатель направления ИИ. Тест Тьюринга** опубликован в 1950 году. Человек обменивается сообщениями на естественном языке с двумя собеседниками (человек и компьютер). Если человек не может определить кто есть кто, то считается что компьютер прошёл тест. Переписка должна производиться через контролируемые промежутки времени. Тьюринг оценил, что программы в 2000 году пройдут тест, но пока не подошли даже близко

**МТ**. Проблема самоприменимости МТ. Универсальная МТ

Первая работающая ЭВМ ENIAC (Electronic Numerical Integrator And Calculator) была создана в 1945 г. в Пенсильванском университете. Длина 26 м, высота 6 м, масса 30 т. 18 000 ламп, 1500 реле, потребляемая мощность 150 квт.

Понятие «архитектура ЭВМ» связано с именем выдающегося математика XX столетия Джона фон Неймана

**Джон фон Нейман** (Neumann, John von; 1903-1957)

Принципы фон Неймана схожи с принципами аналитической машины Бэббиджа, фактически с нее списаны. Как минимум он точно знакомился с его работами. Работы в квантовой физике, функциональном анализе, теории множеств. Создатель теории игр и теории клеточных автоматов.

**Из статьи:**

1.1 Так как законченное устройство будет универсальной вычислительной машиной, оно должно содержать несколько основных органов, таких как о**рган арифметики, памяти, управления и связи с оператором**. Мы хотим, чтобы после начала вычислений работа машины не зависела от оператора.

1.3 Выше мы в принципе указали на два различных вида памяти – память чисел и память приказов. Если, однако, приказы машине свести к числовому коду и если машина сможет некоторым образом отличать число от приказа, то орган памяти можно использовать для хранения как чисел, так и приказов.

**Основные черты классической фон-неймановской архитектуры ЭВМ**

**1.** Машина должна состоять из следующих основных блоков: арифметического устройства, оперативной памяти, устройства управления, устройства ввода, устройства вывода, устройства внешней памяти;

**2.** Команды программы должны храниться в оперативной памяти, откуда они последовательно выбираются и выполняются арифметическим устройством, система команд должна иметь операции условной и безусловной передачи управления. Команды должны рассматриваться как обычные данные, т.е. программа должна иметь возможность модифицировать себя в процессе вычислений;

**3.** Команды и данные должны храниться и обрабатываться в двоичной системе счисления.

Из-за разногласий в команде разработчиков реализация проекта фон Неймана в США затянулась.

Первая ЭВМ с хранимой программой EDSAC (Electronic Delay Storage Automatic Calculator) была построена в Англии в 1949 г. под руководством **Мориса Уилкса**. Английские ученые опирались на собственный опыт разработки электронных вычислительных устройств во время Второй мировой войны. *Морис Уилкс у машины EDSAC. 3000 ламп, ОЗУ 512 слов*

**Другие значимые достижения:**

* Квантовая физика
* Функциональный анализ
* Теория множеств
* Создатель теории игр
* Создатель теории клеточных автоматов

# **35. Развитие языков программирования (Дейкстра, Вирт и др.)**

**Эдсгер Вайб Дейкстра** (1930 – 2002)

**Результаты**

– Математическая логика

– Algol-60

– Концепция семафоров

– Алгоритм Дейкстры (про поиск пути)

– Борьба с оператором GOTO

**Афоризмы**

– Студентов, ранее изучавших Бейсик, практически невозможно обучить хорошему программированию. Как потенциальные программисты они подверглись необратимой умственной деградации

– Вопрос «умеет ли компьютер думать» имеет не больше смысла, чем вопрос «умеет ли подводная лодка плавать»

– Проекты, предлагающие программирование на естественном языке, гибельны по своей сути

– Дейкстра назвал модель IBM/360 (прообраз советской ЕС ЭВМ) величайшей диверсией Запада против СССР

– На пустом диске можно искать вечно

– Если отладка — процесс удаления ошибок, то программирование должно быть процессом их внесения

**Языки и системы программирования Предыстория**

**Конрад Цузе** (1910 – 1995) сконструировал первые компьютеры Z1, Z2, Z3, Z4

Первая попытка создать высоко-уровневый язык программирования принадлежит гениальному Конраду Цузе (конец 1940-х годов), разработавшему Plancalcul (планировщик вычислений). **«Plancalcul** родился исключительно как результат теоретической работы, без всякой связи с тем, появится или нет в обозримом будущем машины, подходящие к программам на Plancalcul».

**Принципы Цузе**

– Двоичная система счисления;

– Использование устройств, работающих по принципу “да/нет” (логические 1 и 0);

– Полностью автоматизированный процесс работы вычислителя;

– Программное управление процессом вычислений;

– Поддержка арифметики с плавающей запятой;

– Использование памяти большой емкости.

Наиболее активный период разработки языков и систем программирования приходится на 1960-е годы. За это десятилетие в мире родилось более тысячи разнообразных языков, как универсальных, так и специализированных, но выжили и доросли до XXI века дожили немногие, в том числе бессмертные Fotran, Basic, Algol, Cobol, Simula, Lisp и их потомки.

**Fortran = FORmula TRANslator.** Первый высокоуровневый язык программирования Fortran был разработан в фирме IBM под руководством **Джона Бэкуса** (Backus, John; р. 1924).

Работа над языком началась в 1954 г., первая реализация для IBM 704 в выполнена в 1957 г.

**BASIC = Beginners All-purpuse Symbolic Instruction Code.** Язык Basic был разработан в 1964 г. в Дармутском колледже в г. Хановере Авторы языка Basic - **Джон Кемени** (1926-1993), **Томас Курц** (р. 1928). Будущие создатели Microsoft Пол Аллен (р. 1954) и Билл Гейтс (р. 1955) познакомились с Бэйсиком, работая в компьютерном классе школы в Сиэтле.

**COBOL = COmmon Business-Oriented Language.** Разработчики языка Cobol получили шуточный обелиск, присланный в их адрес в качестве намека на безнадежно медленную работу, способную похоронить саму идею. *Считается языком для бухгалтеров*. **Грейс Хоппер**.

**Основные свойства языка Cobol:**

– независимость программ от оборудования;

– независимость программ от данных;

– сложные структуры данных;

– синтаксис, приближенный к естественному английскому языку.

**ALGOL = ALGOritmic Language.** В 1958 году в Цюрихе (Швейцария) состоялась международная конференция, предложившая проект нового универсального международного языка программирования Algol-58. В 1960 году на парижской конференции была принята окончательная версия под названием Algol-60. Синтаксис Алгола-60 сформировал стандарт для всех последующих языков программирования

– машинная независимость;

– формальный синтаксис;

– описание переменных и блочная структура;

– рекурсия

**Нормальная форма Бэкуса-Наура (БНФ)**

<цифра>::= 1|2|3|4|5|6|7|8|9|0

<целое без знака>::= <цифра>| <цифра> <целое без знака>

В результате многолетней переработки Алгола-60 комитетом IFIP появился язык **Алгол-68** (пересмотренное сообщение под ред. А. ван Вейнгаардена и др. опубликовано в 1975 г.). Член комитета по Алголу-68 **Никлаус Вирт** (Wirth, Niklaus; р. 1934) был против принятия переусложненного стандарта.

В знак доказательства своей правоты он разработал в 1971 г. простой и ясный алголоподобный язык, предназначенный прежде всего для обучения студентов в Федеральном техническом университете в Швейцарии. В честь изобретателя первой вычислительной машины Вирт назвал язык **Паскалем.**

Новую жизнь языку Pascal дал **Филипп Кан** (р. 1938) – создатель компилятора Turbo Pascal для IBM PC и основатель компании Borland (1984 г.)

Среда разработки Delphi фирмы Borland объединила передовые достижения технологии программирования: объектное расширение языка Pascal, визуально-событийное проектирование, модульное структурирование и раздельная компиляция.

В отличие от учебного Паскаля, язык программирования Modula-2, предложенные Никлаусом Виртом, изначально предназначался для профессионального применения

**PL/1 = Programming Language One Язык PL/1** был частью амбициозного проекта IBM S/360, он создавался в спешке и представлял собой механическую смесь идей из многих языков. Критики сравнивали его с елкой со множеством украшений.

**Simula = SIMULAlation** За разрабртку языка Simula ***Кристен Нигорд*** (1926-2002) и ***Оле-Йохан Дал*** (1931-2002) были удостоены высшей награды компьютерного сообщества – медали Тьюринга.

**Язык Си (С)** был создан ***Деннисом Ричи*** (1941-2011) в 1973 году в Bell Labs в ходе разработки операционной системы UNIX. Он развивал язык Би (B), который основывался на созданном в Кембриджском университете языке BCPL (от Basic Combined Programming Language), который в свою очередь был потомком Алгола-60.

**Бьярн Страуструп** (р. 1950) ввел в язык С объекты и превратил его в С++.

В 1995 г. фирма Sun Microsystems представила **язык Java** для программирования в интернете.

Он возник в ходе реализации проекта Oak («Дуб»), целью которого было создание системы программирования бытовых микропроцессорных устройств. **Джеймс Гослинг** – автор Java.

**Lisp = LISt Processing** Язык Lisp создан в 1960 году **Джоном Маккарти** (р. 1927 ) в Массачусетском технологи-ческом институте на теоретическом фундаменте лямбда-исчисления, предложенного еще в 1930 году известным американским логиком Алонзо Черчем.

**Prolog = PROgramming for LOGic** Теоретические основы языка были разработаны **Робертом Ковальским** в Эдинбургском университете (Шотландия) в конце 1960-х годов. Первая практическая реализация языка осуществлена **Аленом Кольмари** в Марсельском университете (Франция) в 1972 г. *– несостоявшаяся мечта ЭВМ V поколения (Проект ЭВМ V поколения – японский вызов мировой компьютерной индустрии, брошенный в начале 1980-х годов)*

**Рефал = PЕкурсивных Функций АЛгоритмический** Теоретические основы языка были разработаны **Валентином Турчиным** в МФТИ в конце 1966 году *русский Prolog*

**Язык Logo,** изобретен в 1967 г. в MIT выдающимся математиком и педагогом **Сеймуром Пейпертом** (р. 1928). Пейперт в 1958-1963 годах работал в Женеве у знаменитого психолога Жана Пиаже (Piaget, Jean), где занимался детьми и природой их мышления. Идейной основой Logo является язык Lisp ------ *язык для самых маленьких*

**Основные парадигмы программирования:**

– процедурное программирование (Fortran, Basic, Cobol, Algol, Pascal, Ada, С, Logo, FoxPro);

– объектно-ориентированное программирование (Simula, Smalltalk, Object Pascal, C++, Java, C#);

– визуально-событийное программирование (Visual Basic, Delphi, Visual C++, Visual Java, Visual FoxPro);

– функциональное программирование (Lisp, Рефал);

– логическое программирование (Prolog).